Lernziele: reelle Zahlen

Kurzfassung: Alle behandelten Themen im Skript.

In der Prüfung sind ausser den üblichen Utensilien (Stifte, Farbstifte, Lineal, Geodreieck, Zirkel) keine weiteren Hilfsmittel erlaubt. Blätter werden zur Verfügung gestellt, inklusive Konzeptpapier.

Wissen

- euklidischer Algorithmus zur Berechnung des ggT
- reeller Zahlenstrahl, Ursprung, Einheitslänge
- Definition einer reellen Zahl, der Menge $\mathbb{R}$ der reellen Zahlen.
- Drei Arten, wie man sich eine reelle Zahl vorstellen kann. g
- Wann eine reelle Zahl rational bzw. ganz bzw. natürlich ist.
- Bedeutung der Symbole $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$
- Wie die Rechenoperationen (Addition, Multiplikation, Subtraktion, Division) für reelle Zahlen definiert sind.
- Bei Addition, Subtraktion und Multiplikation (Strahlensatz!) geometrische Definition kennen.
- Differenz $a - b$ zweier reeller Zahlen a, b ist der Pfeil b nach a.
- Begriffe: Summe, Summand, Differenz, Minuend, Subtrahend, Faktor, Produkt, Quotient, Dividend, Divisor
- Gegenzahl = additives Inverses
- Kehrwert = multiplikatives Inverses
- Rechengesetze (Kommutativgesetze, Assoziativgesetze, Distributivgesetz)
- Konventionen (etwa Potenz-vor-Punkt-vor-Strich)
- Betrag einer reellen Zahl
- Abstand zweier reeller Zahlen
- Strategien zum Lösen von Gleichungen (vgl. A26, A31, A33, A48)
- Bruchrechenregeln (Erweitern, Kürzen, alle Grundrechenarten für Brüche)
- Geometrische Anschauung zum Kürzen/Erweitern und für die Addition und Multiplikation rationaler Zahlen (A36, A37)
- vollständig gekürzt (bei rationalen Zahlen)
  Als Ergebnisse sind rationale Zahlen stets vollständig gekürzt anzugeben.
  Wenn eine rationale Zahl ganz ist, ist kein Bruchstrich zu schreiben (also -17 schreiben statt $\frac{-17}{1}$)
- Grössenvergleich rationaler Zahlen
- irrationale Zahl
- Wie reelle Zahlen durch Kommazahlen angegeben werden können (inklusive welche Mehrdeutigkeit es da gibt)
- rationale Zahlen = periodische Kommazahlen, irrationale Zahlen = nicht-periodische Kommazahlen
- Wie man rationale Zahlen als periodische Kommazahlen darstellen kann und umgekehrt.
- Definition der Wurzeln
- Wurzelgesetze
- Darstellung von Ergebnissen: keine Quadratwurzeln im Nenner, natürliche Zahlen unter Wurzelzeichen dürfen keine Quadratzahlen mehr als Faktor enthalten (Merke 4.8.6)
- Beweis, dass $\sqrt{2}$ irrational
- Definition von Potenzen mit ganzzahligen, insbesondere negativen, Exponenten
- Potenzgesetze

Fähigkeiten/Können

- ggT zweier natürlicher Zahlen mit dem euklidischen Algorithmus berechnen können
- Mit rationalen Zahlen rechnen können (inklusive Beträge, Doppelbrüche, Wurzeln, Potenzen mit positiven, negativen Exponenten), Ergebnisse vollständig gekürzt darstellen, A29-A34
- Mit reellen Zahlen rechnen können
- Ausdrücke ausrechnen können (A24)

- Ausdrücke klammerfrei schreiben können (insbesondere Minuszeichen $\ll$auf Summanden in Klammer verteilen$\gg$, A25)
- Brüche ganzer Zahlen (= rationale Zahlen) vollständig kürzen können
- Multiplikation und Addition geometrisch erklären können
- Gleichungen lösen können (von ähnlicher Schwierigkeit wie in den Aufgaben, etwa A26, A31, A33, A48)
- rationale Zahlen der Grösse nach ordnen können
- Wurzelgesetze anwenden können (Ausdrücke vereinfachen, etwa Quadrate aus Quadratwurzeln herausziehen, Wurzeln in Nennern beseitigen)
- Wurzeln berechnen können
- Potenzgesetze anwenden können
- Potenzen mit negativen Exponenten definieren können
- Ausdrücke mit negativen Exponenten vereinfachen können (A45-A49)
- Definition einer reellen Zahl angeben können
- Definition einer rationalen, ganzen, natürlichen Zahl angeben können
- Definition einer irrationalen Zahl angeben können
- Addition, Subtraktion und Multiplikation geometrisch erklären und ausführen können (wenn reelle Zahlen also beispielsweise als Pfeile gegeben sind)
- Die Differenz $a - b$ zweier reeller Zahlen a, b als Pfeil einzeichnen können
- Kommutativ- und Assoziativgesetz der Addition beweisen können
- Kommutativ- und Assoziativgesetz der Multiplikation beweisen können
- Distributivgesetz beweisen können (dieses verbindet Addition und Multiplkation)
- entscheiden können, ob eine «Rechenoperation» assoziativ bzw. kommutativ ist (A23)
- bei Termen alle möglichen sinnvollen Klammerungen angeben können (A22)
- Beweisen können, warum $\sqrt{2}$ irrational ist.
- Beispiele geben können für Zahlen in den Mengen $\mathbb{R} \setminus Q$, $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$, $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$.