

## Lernziele (Mengenlehre)

Kurzfassung: Alle behandelten Themen im Skript.

In der Prüfung sind ausser den üblichen Utensilien (Stifte, Farbstifte, Lineal, Geodreieck, Zirkel) keine weiteren Hilfsmittel erlaubt. Blätter werden zur Verfügung gestellt, inklusive Konzeptpapier.

### Wissen

- Kenntniss des Begriffs der Menge und des Begriffs des Elements einer Menge
- Kenntnis der folgenden Mengen (und wie ihre Elemente heissen):  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{R}$ ,
- Notation (= Schreibweisen) für Mengen (aufzählend, beschreibend)
- leere Menge  $\emptyset$
- Sprechweisen (z. B. wie liest man  $\{x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$ ?)
- endliche bzw. unendliche Mengen
- Kardinalität = Mächtigkeit einer Menge, inklusive Schreibweise  $|A|$ , Symbol  $\infty$  für «unendlich»
- Begriff der Teilmenge
- Kenntnis von Mengendiagrammen (inklusive Venn-Diagramme)
- Definition der Mengenoperationen (Vereinigung, Schnitt, Differenzmenge, Komplement) sowie deren Veranschaulichung in Mengendiagrammen
- Kenntnis der behandelten Rechengesetze für Mengen (Assoziativgesetz, Kommutativgesetz (= «Reihenfolge egal»), Distributivgesetz (= Ausklammern), de morgansche Gesetze (Komplement einer Vereinigung/eines Schnitts)):
- Begriff des Paares  $(a, b)$  aus zwei Objekten  $a$  und  $b$ ; Begriffe erste Komponente, zweite Komponente
- Definition des Produkts  $A \times B$  von zwei Mengen  $A$  und  $B$
- Bedeutung der Symbole  $\in$ ,  $=$ ,  $\subset$ ,  $\cap$ ,  $\cup$ ,  $\setminus$ ,  $\bar{A}$ ,  $\times$
- Intervalle (beschränkte, unbeschränkte, Notation mit eckigen bzw. runden Klammern); offenes Intervall; abgeschlossenes Intervall
- Wie die Menge  $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  als Koordinatenebene aufgefasst wird.  
(Koordinatenebene = Zeichenebene mitsamt einem Koordinatensystem; Zeichenebene = «ein unendlich grosses, ebenes Blatt Papier»; die Zeichenebene ist eine Menge von Punkten)
- Potenzmenge
- Anzahl der Teilmengen einer endlichen Menge = Kardinalität der Potenzmenge

### Fähigkeiten

- Zwischen unterschiedlichen Beschreibungen von Mengen wechseln können (Textbeschreibung, aufzählende Form, beschreibende Form, Sprechweise); z. B. «Gib die Menge aller geraden Zahlen in aufzählender Form und in beschreibender Form an»).
- Entscheiden können, ob zwei Mengen gleich sind bzw. ob die eine Menge Teilmenge der anderen ist oder umgekehrt; dabei können die beiden Mengen explizit gegeben sein oder sie können «beliebig» sein (z.B. «Gilt  $A \cap B \subset A$  für alle Mengen  $A$  und  $B$ ?»).
- Entscheiden können, ob ein mathematisches Objekt Element eines anderen mathematischen Objekts ist (z.B. «Gilt  $\frac{1}{2} \in \mathbb{N}$ ?»; «Ist  $\{3, 5\}$  ein Element von  $\{3, 5, \{5, 3\}\}$ ?»; «Ist  $\{3, 5\}$  ein Element von  $\{3, 5, \{1, 3\}\}$ ?»).
- Die Kardinalität/Mächtigkeit von Mengen bestimmen können.
- Durchschnitte, Vereinigungen, Differenzmengen, Komplemente gegebener Mengen bestimmen können.
- Die Definition der Mengenoperationen wiedergeben können.
- Die Definition des Produkts zweier Mengen wiedergeben können.
- Die Definition der Potenzmenge einer Menge wiedergeben können.
- Umgekehrt: Mathematische Objekte benennen können. Z. B. «Wie heisst  $A \times B$ ?» Produkt von  $A$  und  $B$ ; «Wie heisst  $\mathcal{P}(X)$ ?» Potenzmenge von  $X$ .
- Mit Hilfe der Rechenzeichen  $\cap$ ,  $\cup$ ,  $\setminus$ ,  $\bar{\phantom{x}}$  (also Oberstrich für Komplement),  $\times$  (und Klammern) gebildete Mengen aufschreiben können. Z. B.  $(\{1, 3, 5\} \cap \{2, 3, 4\}) \times \{-4, 4\}$ .
- Venn-Diagramme zeichnen können und darin Mengenterme (so etwas wie  $A \cap (B \setminus C)$ ) einzeichnen können und umgekehrt schraffierte Bereiche durch Mengenterme beschreiben können.

- Gegebene Mengen durch ein Mengendiagramm veranschaulichen (etwa die Mengen rechtwinkliger bzw. gleichseitiger bzw. beliebiger Dreiecke).
- Teilmengen von  $\mathbb{R}^2 = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  einzeichnen können. Z. B. «Markiere in Rot die Teilmenge  $\{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid y = 2x\}$  von  $\mathbb{R}^2$ .»; «Markiere in Grün die Teilmenge  $[3, 4) \times (2, \infty)$  von  $\mathbb{R}^2$ .»
- Aus Intervallen konstruierte Teilmengen von  $\mathbb{R}$  auf dem Zahlenstrahl markieren können (etwa  $[2, 10] \setminus [3, 10)$ ) und entscheiden können, in welcher Beziehung (= Relation) zwei so angegebene Mengen stehen (Gleichheit, eine Menge Teilmenge der anderen oder umgekehrt).
- Alle Teilmengen einer Menge angeben können; die Potenzmenge einer Menge angeben können.