Cohen, Ableiten.

$\sin \to \cos \to -\sin \to -\cos \to \sin$

$f'(x) =$

a) $$\cancel{f(x)}\left(\frac{\sin(x)-\cos(x)}{\sin(x)+\cos(x)}\right)' = \frac{(\cos(x)+\sin(x))\cdot(\sin(x)+\cos(x)) - (\cos(x)-\sin(x))(\sin(x)-\cos(x))}{(\sin(x)+\cos(x))^2} = \frac{\cancel{2\cos(x)\sin(x)} + \cos(x)^2 + \sin(x)^2 - \left(\cancel{2\cos(x)\sin(x)} - \cos(x)^2 - \sin(x)^2\right)}{\sin(x)^2 + \cos(x)^2 + 2\cos(x)\sin(x)} = \frac{2\cdot\overbrace{(\cos(x)^2+\sin(x)^2)}^{=1}}{2\cos(x)\sin(x) + \underbrace{\cos(x)^2+\sin(x)^2}_{=1}} = \cancel{\frac{2}{2\cos(x)\cdot\sin(x)}} + \cancel{\frac{\cos(x)^2+\sin(x)^2}{\cos(x)^2+\sin(x)^2}} = \cancel{\frac{1}{\cos(x)\cdot\sin(x)}}$$

$$= \frac{2}{1+2\cos(x)\sin(x)}$$

Quotientenregel

$$\frac{f'g - g'f}{g^2} \qquad f' = \cos(x)+\sin(x) \qquad g' = \cos(x)-\sin(x)$$

b) $$f'(x) = \left(\ln\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)\right)' = \frac{1}{x-\sqrt{x^2+1}}\cdot\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right) = \frac{1}{x-\sqrt{x^2+1}}\cdot\frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\sqrt{x^2+1}} = \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)\sqrt{x^2+1}} \left(= \frac{\sqrt{x^2+1}\cdot x}{\sqrt{x^2+1}\cdot x + \sqrt{x^2+1}^2}\right) \cancel{= 1\cdot\frac{1}{x^2+1} = \frac{1}{x^2+1}}$$

$$= -\frac{\cancel{x-\sqrt{x^2+1}}\ 1}{\cancel{\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)}\sqrt{x^2+1}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}$$

Kettenregel $= f'(g)\cdot g'$

$$\ln(x)' = \frac{1}{x}$$

$$\left(x-\sqrt{x^2+1}\right)' = 1-\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

Lorena: Ableiten.

Aufgabe 1   S. 1

a)

$$f(x) = \frac{\sin(x) - \cos(x)}{\sin(x) + \cos(x)}$$

$$f'(x) = \frac{d}{dx}\left(\frac{\sin(x) - \cos(x)}{\sin(x) + \cos(x)}\right)$$

$$= \frac{\frac{d}{dx}(\sin(x) - \cos(x)) \cdot (\sin(x) + \cos(x)) - (\sin(x) - \cos(x)) \cdot \frac{d}{dx}(\sin(x) + \cos(x))}{(\sin(x) + \cos(x))^2}$$

$$= \frac{(\cos(x) - (-\sin(x))) \cdot (\sin(x) + \cos(x)) - (\sin(x) - \cos(x)) \cdot (\cos(x) - \sin(x))}{(\sin(x) + \cos(x))^2}$$

$$= \frac{(\cos(x) + \sin(x)) \cdot (\sin(x) + \cos(x)) - (\sin(x) - \cos(x)) \cdot (\cos(x) - \sin(x))}{(\sin(x) + \cos(x))^2}$$ → erweitert mithilfe von $(a+b)^2$

$$= \frac{(\cos(x) + \sin(x)) \cdot (\sin(x) + \cos(x)) - (\sin(x)\cos(x) - \sin(x)^2 - \cos(x)^2 + \cos(x^2) + \cos(x)\sin(x))}{\sin(x)^2 + 2\sin(x)\cos(x) + \cos(x)^2}$$

$$= \frac{(\cos(x) + \sin(x))^2 - (\sin(x)\cos(x) - \sin(x)^2 - \cos(x)^2 + \cos(x)\sin(x))}{\sin(x)^2 + 2\sin(x)\cos(x) + \cos(x)^2}$$ ⇒ vereinfachen mit $\sin(x)^2 + \cos(x)^2 = 1$

$$= \frac{(\cos(x) + \sin(x))^2 - (\sin(x)\cos(x) - 1 + \cos(x)\sin(x))}{1 + 2\sin(x)\cos(x)}$$ ⇒ erweitern mithilfe von $(a+b)^2$

$$= \frac{\cos(x)^2 + 2\cos(x)\sin(x) + \sin(x)^2 \overset{+}{\ominus} (\sin(x)\cos(x) \overset{-}{\ominus} 1 + \cos(x)\sin(x))}{1 + 2\sin(x)\cos(x)}$$

$$= \frac{1 + \underbrace{2\cos(x)\sin(x) - 2\cos(x)\sin(x)}_{=0} + 1}{1 + 2\sin(x)\cos(x)}$$

$$= \frac{2}{1 + 2\sin(x)\cos(x)}$$

Anmerkung: Erweitern ist der falsche Begriff (nur bei Brüchen). Es wird die binomische Formel verwendet.

Sophia, Samuel (?): Definitionsbereich, Nullstellen, zweite Ableitung.

3./ da $x+2>0$ und $x-2>0 \iff x>2$

a) $D_f =]2, \infty[$

$f(x) = \ln(x+2) + \ln(x-2) = 0$

$\ln((x+2)\cdot(x-2)) = 0$

$\ln(x^2-4) = 0$

$x^2 - 4 = 1 \; (= e^0)$

$x^2 = 5$

$x = \sqrt{5}$ → Nullstelle

$x = -\sqrt{5}$ keine Lösung, da nicht in D_f

b) $f(x) = (2x+1)\cdot e^{-2x}$

$f'\cdot g + f\cdot g'$

$f'(x) = 2e^{-2x} + (2x+1)\cdot(-2e^{-2x})$

$= 2e^{-2x} - 4xe^{-2x} - 2e^{-2x}$

$= -4xe^{-2x}$

$f''(x) = -4\cdot(\underset{1}{x}\cdot \underset{-2e^{-2x}}{e^{-2x}})' = (e^{-2x} - 2\cdot x\cdot e^{-2x})\cdot(-4)$

$= -4(e^{-2x} - 2xe^{-2x})$

$= -4(1-2x)\,e^{-2x}$

$f''(\ln(2)) = -4(1-2\ln(2))(e^{\ln(2)})^{-2}$

$= -4(1-2\ln(2))\cdot 2^{-2}$

$= 2\ln(2) - 1$

Sophia, Samuel (?): Gleis.

5. $f(x) = ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 2ax + b$

Funktion muss durch: $\overset{B}{(1,3)}$ & $\overset{A}{(-1,2)}$ / Steigung in $A = 0$, in $B = 1$

$f(1) = 3 \iff a + b + c = 3$ G_1

$f(-1) = 2 \iff a - b + c = 2$ G_2

$f'(-1) = 0 \iff -2a + b = 0$ G_3

$f'(1) = 1 \iff 2a + b = 1$ G_4

$G_4 - G_3$:

$4a = 1$

$\boxed{a = \frac{1}{4}}$

in G_4 einsetzen

$2\left(\frac{1}{4}\right) + b = 1$

$\boxed{b = \frac{1}{2}}$

a & b in G_1 einsetzen:

$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + c = 3$

$\boxed{c = \frac{9}{4}}$

$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{9}{4}}}$

Anmerkung: Man sollte noch prüfen, dass G2 gilt (denn beim Lösen wurden nur G1, G3 und G4 verwendet).

Stadionaufgabe (Laurianne, Lisa).

6 a) 30 à 20

18 19 20 21 … 38

Alternativ, mit a_0 beginnend

$a_0 = 18$

$a_{19} = 37$

$n = 19$

$(n+1)\,\frac{a_0 + a_n}{2}$

$= 20 \cdot \frac{55}{2}$

$= 550$

$a_1 = 18$

$a_n = 37$

$n = 20$

$\rightarrow \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$

$= \frac{20}{2} \cdot (18 + 37)$

$= 10 \cdot 55 = \underline{550}$

$\rightarrow 550 \cdot \overset{\text{Schüler}}{30} = \underline{\underline{16'500}}$ Sitzplätze

b) $U = 400\,m$

$\rightarrow 2\ell + 2\pi x = 400\,m \quad | :2$

$\ell + \pi x = 200\,m \quad | -\pi x$

$\ell = 200 - \pi x$

Fläche

Länge $\rightarrow \ell$

Breite $\rightarrow 2x$

$\rightarrow A(x) = \ell \cdot 2x \quad | \ell = 200 - \pi x$

$A(x) = (200 - \pi x) \cdot 2x$

$A(x) = 400x - 2\pi x^2$

Maximum berechnen

$A'(x) = 400 - 4\pi x$

$\rightarrow A'(x) = 0$

$\hookrightarrow 400 - 4\pi x = 0$

$4\pi x = 400$

$\underline{\underline{x}} = \frac{400}{4\pi} = \underline{\underline{\frac{100}{\pi}}}$

$\rightarrow x_0 = \frac{100}{\pi}$ Kandidat für Extremum.

$A''(x) = -4\pi$

$A''(x_0) = -4\pi < 0$,

also x_0 Maximalstelle

berechnung ℓ

$\ell = 200 - \pi \cdot \frac{100}{\pi}$

$\underline{\underline{\ell}} = 200 - 100 = \underline{\underline{100}}$

$\rightarrow \ell = 200 - \pi x$

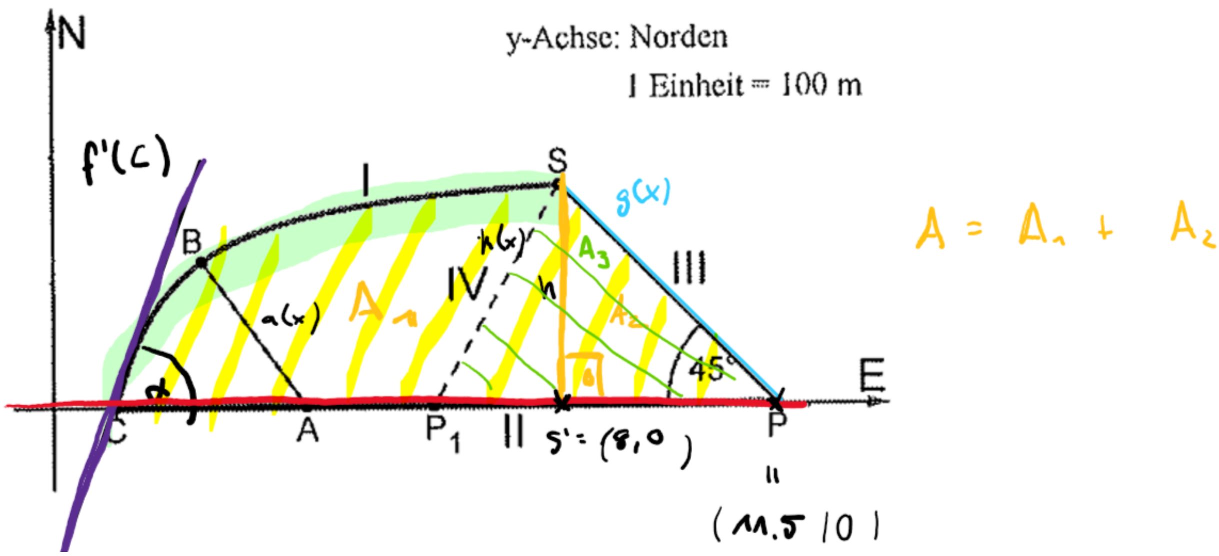
$x = \frac{100}{\pi}$ einsetzen

(Das ist meines Wissens die übliche Stadiongrösse mit zwei100-Meterbahnen auf beiden Seiten.)

Anmerkungen

- In der Formelsammlung starten Folgen mit a_1, im Skript bei a_0. Deswegen noch die Alternative.

Julia, Morena: Industriegebiet.



① a) • f(x) (im Punkt C) = 0

$\rightarrow f(x) = 0 = 4 - \frac{4}{x} = 4 - 4x^{-1}$

$\xrightarrow{\text{solve}} x = 1$

Steigung der Tangente an Punkt C:

$f'(x) = 0 - (-1 \cdot 4x^{-2}) = 4x^{-2}$

$\rightarrow f'(1) = 4 \cdot 1^{-2} = 4 \cdot \frac{1}{1^2} = 4$

Winkel von ~~Gerade~~ Tangente: $\tan(\alpha) = 4 \rightarrow \arctan(4) = \underline{\underline{75,96^\circ}}$

b) • Steigung von III → $\tan(45°) = -1$

• $g(11{,}5) = 0 = mx + q = -1 \cdot 11{,}5 + q = 0$

$= -11{,}5 = -q$

$\rightarrow q = 11{,}5$

• $g(\cancel{S}\ x) = mx + q = -1 \cdot x + 11{,}5$

• $\cancel{S}\ x$: $f(\cancel{S}\ x) = g(\cancel{S}\ x)$

$$4 - \frac{4}{x} = -x + 11{,}5$$

$\xrightarrow{\text{solve}}$ $x = -0.5 \ , \ 8$ (zwei Lösungen)

8 einsetzen in $g(x)$: $-8 + 11.5 = 3.5$

$$\underline{\underline{S = (8, 3.5)}}$$

c) A_2 = $\overline{S'P}$ = 350 m = 3,5 Einheiten

$\overline{S'S}$ = 350 m = 3,5

1 Einheit = 100 m

$(1 \text{ Einheit})^2 = 10000 m^2$

$1 \text{ Einheit}^2 = 100 \cdot 100 m^2 = 1 \text{ ha}$

$\rightarrow \frac{350 m \cdot 350 m}{2} = \underline{\underline{61250 m^2}}$ = 6,125 Einheiten^2

$A_1 = \int_1^8 f(x) = \int 4 - \frac{4}{x} \, dx = \cancel{2791,682}$ 19,68 Einheiten^2

$\rightarrow \cancel{\cdot 100} \cancel{=} \underline{\underline{\cancel{279168,2 m^2}}}$

$A_1 + A_2 = 25,81$ ha = Einheiten^2

$\Rightarrow \cancel{61250 m^2} + \cancel{279'168,2 m^2} = \underline{\underline{\cancel{340418,2 m^2}}} = \underline{\underline{\cancel{34,04 \text{ ha}}}}$

d) ges: h = 350 m = 3,5

P = (11,5 / 0)

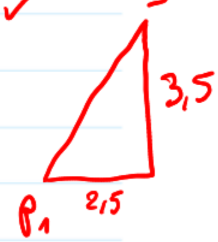
A_3 = 10,5 ha $\cancel{=}$ 105'000 m^2 = $\frac{G \cdot h}{2}$ = 10,5 Einheiten^2

ges: G

Lösung: • $G = \frac{2 \cdot A_3}{h}$ = 600 m = 6 Einheiten

$\rightarrow P_1 = (11,5 - 6 / 0) = (5,5 / 0)$ ✓

S = (8, 3,5)



• $h(x) = mx + q$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3,5}{2,5} = \cancel{1,2}$ $\frac{7}{5}$

$\rightarrow h(5,5) = \frac{7}{5}\cancel{1,2} \cdot 5,5 + q = 0$

$\frac{7}{5}\cancel{1,2} \cdot 5,5 = -q$

$q = \cancel{-6,6}$ $-7,7$

Test: P_1 und S einsetzen

$\Rightarrow \underline{\underline{h(x) = \cancel{1,2 \cdot 5,5} - \cancel{6,6}}}$ $\frac{7}{5}x - 7,7 = \frac{7}{5}x - \frac{77}{10}$

e) geg: $A = 4,0$

Lösung: $B = (x, f(x))$

$\vec{AB}$: $\rightarrow$ Verbindungsvektor

$= \begin{pmatrix} x-4 \\ f(x)-0 \end{pmatrix} \rightarrow$ Länge $= \sqrt{(x-4)^2 + (f(x))^2} = \sqrt{x^2 - 8x + 16 + f(x)^2}$

wird dort minimal, wo Ausdruck unter Wurzel minimal

Funktion minimieren: $d(x) = x^2 - 8x + 16 + f(x)^2$

↳ Dort wo 1. Ableitung von $d(x)$ ~~minimal~~ Null ist, ~~also das Quadrat vom Abstand ($\vec{AB}$)~~ = 2. Ableitung von $d(x)$ ausrechnen

$\xrightarrow{TR} d'(x) = \frac{2 \cdot (x^4 - 4 \cdot x^3 + 16 \cdot x - 16)}{x^3}$

$\xrightarrow{TR}$ $d'(x) = 0$ Nullstellen: $-2, 2$

Es muss 2 sein und ein Minimum. (geometrisch klar, sonst $d''(2) > 0$)

~~$\rightarrow \sqrt{2}$, weil Punkt von quadratischem Abstand~~

2 = x-Koordinate von B

~~$\Rightarrow B = (\sqrt{2}, f(\sqrt{2})) \rightarrow f(\sqrt{2}) = 4 - \frac{4}{\sqrt{2}} = 1,17$~~

$B = (2, f(2)) = (2, 4 - \frac{4}{2}) = (2, 2)$

~~$B = (1,41, 1,17)$~~

Abstand zum Graphen von f (= Strasse I) ist $\sqrt{(2-4)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ Einheiten

$= 2\sqrt{2} \cdot 100$ m

~~Länge: $\sqrt{\sqrt{2}^2 - 8\sqrt{2} + 16 + 1,17^2} = 3,28 \cdot 328$ m~~

Alessia, Caroline: Futtersilo.

$$\boxed{\begin{aligned} r &= 2.5\,m \\ H &= 12\,m \\ h &= H - r = 9.5\,m \end{aligned}}$$

a) $V_z = \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe} = r^2 \cdot \pi \cdot 9.5\,m = 186.532\,m^3$

$V_k = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 32.725\,m^3$

↳ da halbe Kugel

$\Rightarrow V_{ges} = V_z + V_k = \underline{\underline{219.255}}\,m^3$

b) $\rho_{Weizen} = \frac{m}{V} = 700\,kg/m^3$

$m = V \cdot \rho$

$m_{max} = V_{ges} \cdot \rho_{Weizen} = 153478\,kg = 153.478\,t$

↳ $> 110\,t$

$\Rightarrow$ also haben wir genug Platz :)

c) $V = r^2 \cdot \pi \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

$$\boxed{V(r,h) = r^2 \pi h + \frac{2}{3} \pi r^3}$$

$S = \text{Umfang} \cdot h + r^2 \cdot \pi + \text{Halbkugel}$

$= \underbrace{\underbrace{2 \cdot r \cdot \pi}_{\text{Kreisumfang}} \cdot h}_{\text{Seite}} + \underbrace{r^2 \cdot \pi}_{\text{Boden}} + \underbrace{\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2}_{\text{Halbkugel}}$

$$\boxed{S(r,h) = 2r\pi h + r^2\pi + 2\pi r^2}$$

$= 2r\pi h + 3r^2\pi$

d) $V = 175\,m^3$

O soll minimal sein

ges: r, h

(1) $V(r,h) = r^2\pi h + \frac{2}{3}\pi r^3 = 175\,m^3$

$$h = \frac{175\,m^3}{r^2\pi} - \cancel{\frac{2}{3}\pi r^3} \quad \frac{2}{3}r$$

einsetzen

(2) $$S(r) = 2r\pi \cdot \left(\frac{175\,m^3}{r^2\pi} - \cancel{\frac{2}{3}\pi r^3}\ r\right) + 3r^2\pi$$

$$= \frac{350}{r} + \frac{5}{3}\pi r^2$$ jetzt stimmt es wieder

damit S minimal ist:

(3) Wir suchen ein Minimum der Funktion S(r).
Dazu suchen wir die Extrema, indem wir S'(r) = 0 setzen:

$$S(r) = \frac{350}{r} + \frac{5}{3}\pi r^2$$

$\frac{350}{r} = 350 r^{-1}$, $\quad \frac{5}{3}\pi r^2 = \frac{5}{3}\pi \cdot r^2$

$$S'(r) = -1 \cdot 350 r^{-2} + \frac{5}{3}\pi \cdot 2r^1$$

$$= \frac{-350}{r^2} + \frac{10}{3}\pi r = 0 \quad \Big| + \frac{350}{r^2}$$

$$\frac{10}{3}\pi r = \frac{350}{r^2} \quad \Big| \cdot r^2$$

$$\frac{10}{3}\pi r^3 = 350 \quad \Big| : \frac{10}{3}\pi$$

$$r^3 = \frac{350}{\frac{10}{3}\pi}$$

$$r^3 = \frac{105}{\pi} \quad \Big| \sqrt[3]{\ }$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{105}{\pi}} \approx 3.22\,m$$

(4) Bisher nur Kandidat für Minimum/Extremum

~~Probe~~: Minimum?

→ $S''(r) > 0$

$$S'(r) = \frac{-350}{r^2} + \frac{10}{3}\pi r$$

$-350 r^{-2}$

$$S''(r) = -2 \cdot -350 \cdot r^{-3} + \frac{10}{3}\pi \cdot 1$$

$$= \frac{700}{r^3} + \frac{10}{3}\pi$$

→ für alle r positiv, also haben wir ein Minimum

(5) h bestimmen:

$$h = \frac{175\,m^3}{r^2\pi} - \underbrace{\cancel{\frac{2}{3}\pi r^3}}_{} - \frac{2}{3}r$$

Zahl · r^3 ist Volumen, keine Länge.

$\approx 3.22\,m$ → fast gleich wie r

wieder korrekt

genau gleich:

$$h = \frac{175}{r^2\pi} - \frac{2}{3}r \qquad \frac{525 - 2\pi r^3}{3\pi r^2}$$

$$r^3 = \frac{105}{\pi}$$

$$= \frac{525 - 210}{3\pi r^2} = \frac{315}{3\pi r^2} = \frac{105}{\pi r^2} = r$$

da $\frac{105}{\pi} = r^3$

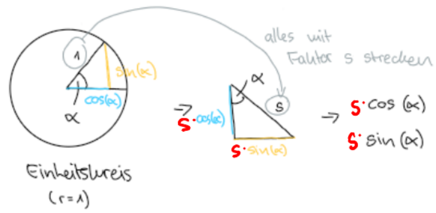
Kegelaufgabe (Jael, ?)

4.1

a) 

$V(\alpha) = \underbrace{\frac{\pi}{3} s^3 \sin^2(\alpha)\cos(\alpha)}$

$V_{Kegel,allg.} = \underbrace{\frac{\pi}{3} r^2 h}$ müssen gleich bedeutend sein



$\rightarrow s \cdot \cos(\alpha) = h$

$s \cdot \sin(\alpha) = r$

$\Rightarrow V_{Ka} = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h$

$= \frac{\pi}{3} \cdot s\sin(\alpha) \cdot s\sin(\alpha) \cdot s\cos(\alpha)$

$= \frac{\pi}{3} \cdot s^3 \cdot \sin^2(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$

b) $V_{max} : \alpha \overset{!}{=} 54.4°$

Wir suchen ein Maximum $\rightarrow$ $\cancel{f'(x)}$ $V'(\alpha) \overset{!}{=} 0$

$V(\alpha)$ $\cancel{f(x)} = \frac{\pi}{3} s^3 \sin^2(\alpha)\cos(\alpha)$

$V'(\alpha)$ $\cancel{f'(x)} = \frac{1}{3} s^3(-\pi \sin^3(x) + 2\pi \cos^2(x)\sin(x))$ $\rightarrow$ $\cancel{f'(x)}$ $V'(\alpha) = 0$

$\hookrightarrow \alpha \approx 0.95$ RAD → muss noch in Grad angegeben werden

3-Satz

$\pi = 180°$

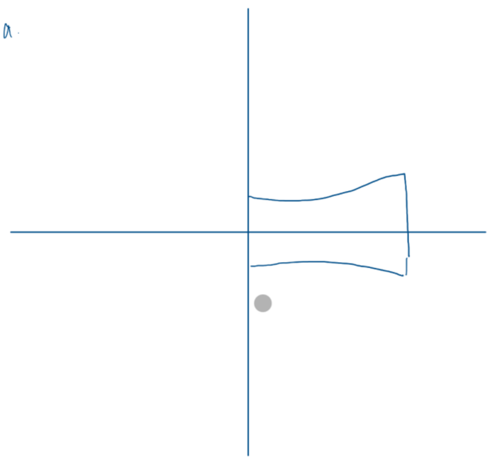
$0.95 = 54.4°$

Anmerkungen

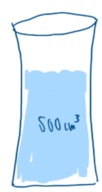
- Neben $\alpha_1 \approx 54.73°$ ist auch $\alpha_1 = 0°$ eine Lösung von $V'(\alpha) = 0$ im Intervall $[0°, 90°]$ (nur Winkel in diesem Intervall sind von der Aufgabenstellung her sinnvoll).
- Um sicher zu sein, dass es sich bei α_1 um eine Maximalstelle handelt und bei α_2 um eine Minimalstelle, sollte man die zweite Ableitung berechnen und α_1 und α_2 einsetzen.
$$V''(\alpha) = \frac{\pi}{3} \cdot s^3 \Big(2\cos^3(\alpha) - 7\cos(\alpha)\sin^2(\alpha)\Big)$$
Wegen $V''(\alpha_1) < 0$ ist α_1 ein lokales Maximum. Wegen $V''(\alpha_2) > 0$ ist α_2 ein lokales Minimum (geometrisch eh klar).
- Man kann die Gleichung $V'(\alpha) = 0$ auch von Hand auflösen und erhält neben der offensichtlichen Lösung $\alpha_1 = 0°$ die Lösung $\alpha_2 = \arcsin(\sqrt{\frac{2}{3}}) \approx 0.9553 \approx 54.73°$.
- Bitte möglichst spät Taschenrechnerlösungen runden. Vorzeitiges Runden führt meist im Endeffekt zu grossen Ungenauigkeiten.

Lauriane Trochsler:

a.

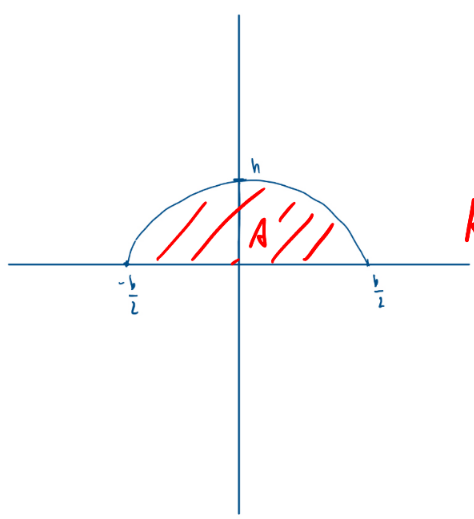


$$V = \pi \int_0^{18} (f(x))^2 \, dx \overset{TR}{=} \underline{653.448} \text{ cm}^3$$



653.448 cm³

Höhe h Wasser: $\underbrace{500\text{cm}^3 = \pi \int_0^h (f(x))^2 \, dx}_{\text{solve}(\quad, h)} \;\cancel{=}\; \underline{\underline{15.01 \text{ cm}}}$



$$f(x) = ax^2 + h$$

$$(\text{wegen: } a(x - \underset{\substack{\parallel\\0}}{x_s})^2 + y_s = ax^2 + \underset{\substack{\parallel\\h}}{y_s})$$

$$\text{A} \; \cancel{V} = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f(x) \, dx \quad \rightarrow \quad V_1 \cdot l = \underline{\text{Volumen}}$$

$$f\left(\frac{b}{2}\right) = 0 = a\left(\frac{b}{2}\right)^2 + h \Rightarrow a = -\frac{4h}{b^2}$$

$$\text{Also } f(x) = -\frac{4h}{b^2} x^2 + h$$

Fortsetzung mit LaTeX:

Die Fläche A ist somit

$$
\begin{aligned}
A &= \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} f(x)dx \\
&= \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} -\frac{4h}{b^2}x^2 + h \ \ dx \\
&= \left(-\frac{4h}{b^2}\frac{x^3}{3} + hx\right)\Bigg|_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \\
&= \left(-\frac{4h}{b^2}\frac{b^3}{24} + h\frac{b}{2}\right) - \left(\frac{4h}{b^2}\frac{b^3}{24} - h\frac{b}{2}\right) \\
&= -2\frac{4h}{b^2}\frac{b^3}{24} + 2h\frac{b}{2} \\
&= -\frac{1}{3}bh + bh \\
&= \frac{2}{3}bh
\end{aligned}
$$

Das Volumen ist also

$$V = A \cdot \ell = \frac{2}{3}bh\ell$$