

Lernziele (Vektorgeometrie 3)

Kurzfassung: Alle behandelten Themen in Kapitel „14 Vektorgeometrie, Teil 3“ des Skripts **inklusive der „Wiederholungsseiten“ davor in der pdf-Datei.**

Einige Schreibfehler wurden beseitigt bzw. Verbesserungen wurden vorgenommen. Die wichtigsten Korrekturen sind aktuell noch in rot geschrieben.

In der Prüfung sind die Formelsammlung und ein einfacher, nicht programmierbarer Taschenrechner zugelassen. Der Taschenrechner sollte die trigonometrischen Funktionen und ihre Umkehrfunktionen berechnen können.

Wissen

- Zusammenhang zwischen Skalarprodukt zweier Vektoren und dem eingeschlossenen Winkel kennen.
 $\langle \vec{v}, \vec{w} \rangle = |\vec{v}| \cdot |\vec{w}| \cdot \cos(\angle(\vec{v}, \vec{w}))$
- Was der Winkel zwischen zwei Ebenen mit dem Winkel zwischen den Normalenvektoren zu tun hat (samt Skizze).
- Was der Winkel zwischen Ebene und Gerade mit dem Winkel zwischen Normalen- und Richtungsvektor zu tun hat (samt Skizze).
- Definition und Eigenschaften des Kreuzprodukts.
- Länge des Kreuzprodukts ist Parallelogrammfläche.
- Welche Fälle beim Schnitt von zwei Geraden bzw. zwei Ebenen bzw. Gerade und Ebene auftauchen und wie sich das bemerkbar macht beim Lösen der entsprechenden Gleichungssysteme oder Gleichungen (wenn Ebenen durch Koordinatengleichung gegeben und Geraden durch Parametrisierungen).
- Begriffe kollinear (für Vektoren), parallel bzw. windschief (für Geraden) kennen
- (altes Wissen) Formel für den Abstand eines Punktes von einer in Koordinatenform gegebenen Ebene,
$$\text{Abstand}(P, E) = \overline{PE} = \frac{|ax_P + by_P + cz_P + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|\langle \vec{n}, \vec{P} \rangle + d|}{|\vec{n}|}$$

Fähigkeiten

- Winkel zwischen Vektoren, zwei Ebenen, zwei Geraden, Ebene und Gerade ausrechnen können.
- Schnittmengen ausrechnen können (zweier Ebenen, eventuell Schnittgerade angeben, vgl. Merke 13.0.13 und Beispiel 13.0.12 davor; zweier Geraden; von Ebene und Gerade)
- Feststellen können, ob zwei Geraden gleich sind bzw. parallel und verschieden bzw. sich in genau einem Punkt schneiden bzw. windschief sind.
- Abstand von Punkt zu Ebene und den nächsten Punkt auf der Ebene ausrechnen können. In Worten beschreiben können, wie das geht.
- Abstand von Punkt zu Gerade und den nächsten Punkt auf der Geraden ausrechnen können. In Worten beschreiben können, wie das geht.
- Testen können, ob ein Punkt auf einer Ebene (durch Koordinatenform gegeben) oder einer Geraden (durch Parametrisierung gegeben) liegt.
- Kreuzprodukte ausrechnen können.
- (1. Anwendung des Kreuzprodukts) Gleichung der Ebene angeben können, die durch drei (nicht kollineare) Punkte geht (etwa per Kreuzprodukt, oder (tendenziell aufwändiger) durch Lösen eines Gleichungssystems)
- (2. Anwendung des Kreuzprodukts) Flächen von Parallelogrammen/Dreieck ausrechnen können.
- Volumina von Pyramiden und ähnlich einfachen Körpern berechnen können.

Altes Wissen wird vorausgesetzt, z. B.:

- Beschreibung von Ebenen durch Koordinatenform und Normalenform, Normalenvektor.
- Parameterdarstellung/Parametrisierung einer Geraden im Raum (mit Hilfe von Aufpunkt und Richtungsvektor).
- Lösen von Gleichungssystemen (Additionsverfahren oder Substitutionsverfahren).