

Lernziele: Trigonometrie (Teil 3)

Kurzfassung: Trigonometrie-Skript, insbesondere die neuen Themen ab Abschnitt „18.9 Nachtrag: Kosinus, Sinus, Tangens: Einer von dreien bekannt, restliche berechnen“.

Prüfungsdauer: eine Lektion

Formelsammlung und einfacher, nicht programmierbarer Taschenrechner erlaubt.

Wissen

- Zusammenhang zwischen Sinus, Kosinus und Tangens
- Additionstheoreme für Sinus und Kosinus
- Beweis der Additionstheoreme (empfohlener Beweis: mit Drehmatrix)
- Begriffe zu harmonischen Schwingungen = Sinusschwingungen (Schwingung, Periode(ndauer) T , Frequenz f , Amplitude \hat{y} , (Null-)Phase φ_0 , Offset)
- Formel für $y(t)$ in Abhängigkeit von f (oder T), \hat{y} , φ_0 , q .

Fähigkeiten

- Wie man $\sin(\alpha)$ bzw. $\cos(\alpha)$ bzw. $\tan(\alpha)$ aus den drei anderen berechnen kann (bis auf das Vorzeichen)
- Aus den Additionsformeln für Sinus und Kosinus andere Formeln herleiten können (ähnlich wie A48).
- Einen Beweis der Additionsformeln wiedergeben können.

Es geht hierbei nicht nur darum, die richtigen Formeln aufzuschreiben, sondern auch darum, die wesentlichen Ideen des Vorgehens in Worten zu erklären.

Empfehlung (sehr ausführlich):

(Punkte in Vektorschreibweise angeben. Die Notation P_γ meint den Punkt mit Polarkoordinaten $(1, \gamma)$.)

- Kartesische Koordinaten von P_α angeben (klar nach Definition von Kosinus und Sinus).
- Daraus kartesische Koordinaten von $D_\beta(P_\alpha)$ berechnen mit Hilfe der Drehmatrix D_β . (Drehmatrix und Matrix-Vektor-Multiplikation dürfen als bekannt vorausgesetzt werden.)
- Es gilt $P_{\alpha+\beta} = D_\beta(P_\alpha)$ sein.

Grund: Wenn man den Punkt P_α um den Winkel β dreht (Drehzentrum = Ursprung des Koordinatensystems), so erhält man offensichtlich den Punkt $P_{\alpha+\beta}$. (Denn in Polarkoordinaten wird der Winkel um β erhöht, der Radius bleibt gleich.)

- Die Gleichheit $P_{\alpha+\beta} = D_\beta(P_\alpha)$ von Vektoren bedeutet, dass die ersten Komponenten übereinstimmen und dass die zweiten Komponenten übereinstimmen.

Diese „Komponentengleichheiten“ sind genau die Additionsformeln.

- Quadratwurzeln aus Nennern von Brüchen beseitigen können (A52)
- Aus dem Graphen einer harmonischen Schwingung die Schwingungsparameter ablesen und die Funktionsgleichung aufstellen können.
- Textaufgaben zu harmonischen Schwingungen ähnlich wie im Skript lösen können (aber ohne „astronomisches Zusatzwissen“).

Beachte

Zuvor vermitteltes Wissen und zuvor geübte Fähigkeiten werden vorausgesetzt.