

Lernziele (Quadriken, zweiter Teil)

Kurzfassung: Skript „17 Quadriken: Ellipse, Hyperbel, Parabel“ bis Aufgabe A25 einschliesslich.

Wenn in der Prüfung Ellipsen oder Hyperbeln durch Gleichungen beschrieben werden sollen oder durch Gleichungen beschriebene Mengen als Ellipsen oder Hyperbeln erkannt werden sollen, so haben diese Figuren stets horizontale und vertikale Symmetriechsen (d. h. in den Gleichungen kommt kein Term xy vor). Analog sind Parabeln entweder nach oben, unten, rechts oder links offen (und nicht anderweitig gedreht).

Wissen

- Definition von Ellipse/Hyperbel/Parabel als geometrischer Ort.
 - Insbesondere: Wovon hängt die Definition ab? (entweder zwei (Brenn-)Punkte oder Brennpunkt und Leitgerade).
 - Wie ist die entsprechende Menge konkret definiert (siehe etwa 17.1.1 für die Parabel; 17.3.11 für die Ellipse; Definition 17.4.2 für die Hyperbel).
- Gleichung der Ellipse zu gegebenem Zentrum und gegebenen horizontalen und vertikalen Halbachsen.
- Gleichung der links-rechts-offenen Hyperbel zu gegebenem Zentrum und gegebenen horizontalen und vertikalen Halbachsen.
- Gleichung der unten-oben-offenen Hyperbel zu gegebenem Zentrum und gegebenen horizontalen und vertikalen Halbachsen.
- Gleichung der Parabel mit gegebenem Scheitel, die nach oben oder unten offen ist (je nach Öffnungsfaktor).
- Gleichung der Parabel mit gegebenem Scheitel, die nach rechts oder links offen ist (je nach Öffnungsfaktor).
- axiale Streckung
- Transformationen: Änderung der definierenden Gleichung bei gewissen Transformationen (Drehungen ausgenommen); siehe Merke 17.5.2
- Anwendungen solcher Transformationen (Gerade mit gegebener Steigung durch Punkt; Gerade durch zwei Punkte); auch erklärt dies, wie man allgemeine Ellipsen-, Hyperbel- und Parabelgleichungen aus den Standardgleichungen $x^2 + y^2 = 1$ bzw. $x^2 - y^2 = 1$ bzw. $y = x^2$ erhält.
- Definition einer Quadrik, Kenntnis von Satz 17.5.17 (wird aber nicht konkret abgefragt)
- Der Begriff Exzentrizität wird nicht abgefragt.

Fähigkeiten

- Definition einer Ellipse/Hyperbel/Parabel in allen Details (was ist fixiert? wie ist die entsprechende Menge definiert?) wiedergeben können.
- Gleichungen von Ellipsen/Hyperbeln/Parabeln zu gegebenen Parametern angeben können.
- Testen können, ob ein Punkt auf einer durch eine Gleichung gegebenen Menge liegt (etwa: liegt der Punkt $(3, -4)$ auf der durch ... definierten Ellipse; welche Punkte mit x -Koordinate 3 liegen auf dieser Ellipse; welche Punkte der y -Achse liegen auf dieser Ellipse).
- quadratisches Ergänzen anwenden können
- quadratische Gleichungen in zwei Variablen (die Quadriken beschreiben) so umformen können (mit quadratischer Ergänzung, zielgerichtet Umformen), dass man ablesen kann, ob es sich um Parabel, Ellipse oder Hyperbel handelt (Ausartungen kommen hierbei in der Prüfung nicht vor).

Dann

- die Parameter (Zentrum; Scheitel; horizontale/vertikale Halbachse; Öffnungsfaktor; oben/unten/- links/rechts offen) ablesen können
- die Quadrik in einem Koordinatensystem skizzieren können.

Bei einer Hyperbel auch die Asymptoten einzeichnen können.

- In relativ einfachen Fällen: Geometrische Beschreibungen von Mengen („geometrischer Ort“) in beschreibende Gleichungen (mit Koordinaten x und y als Variablen) umformen können, um daraus zu erkennen (wie beim vorigen Punkt), wie die Menge konkret aussieht (es wird sich in der Prüfung

entweder um Parabel, Ellipse oder Hyperbel handeln).

Hauptbeispiel: Aufgabe A25

Das Umformen von geometrischen Beschreibungen in Gleichungen wurde geübt im Beweis von Satz 17.3.15, in Aufgabe A13.(c), (d) und in Aufgabe A16. Diese Beispiele sind aber tendenziell zu langwierig für die Prüfung.

- Transformationen:

- Definierende Gleichungen von verschobenen/gestreckten Mengen aufschreiben können, wenn die Ausgangsmenge durch eine gegebene Gleichung beschrieben ist oder deren Beschreibung offensichtlich ist (etwa Ursprungsgerade mit gegebener Steigung; Kreis mit gewissem Radius um Ursprung).
- Gleichungen von Geraden aufschreiben können, wenn entweder ein Punkt der Geraden und ihre Steigung oder zwei verschiedene Punkte der Geraden gegeben sind.

Beachte

Zuvor vermitteltes Wissen und zuvor geübte Fähigkeiten werden vorausgesetzt.