Lernziele: Potenzen und Potenzfunktionen

Kurzfassung: Kapitel „19 Potenzen und Potenzfunktionen“ im Skript.

Die Verwendung des Taschenrechners in der Prüfung ist nicht erlaubt, die Formelsammlung darf verwendet werden.

Wissen

- Definition von n-ten Wurzeln.
- Definition von Potenzen mit rationalen Exponenten (und insbesondere ganzzahligen Exponenten).
- Begriffe Basis, Exponent, Potenz (Potenz = $\text{Basis}^{\text{Exponent}}$)
- Potenzgesetze für rationale Exponenten
- altes Wissen: Potenzgesetze für ganze Exponenten (Basen dürfen auch negativ sein)
- Wurzelgesetze
- Wie die Graphen der Potenzfunktionen $f(x) = x^r$ aussehen für:
  - r positiv und natürlich (gerade bzw. ungerade)
  - r negativ ganzzahlig (gerade bzw. ungerade)
  - r rational positiv (unterscheide $r > 1$ und r zwischen 0 und 1, vgl. Tabelle in 19.5.10)
  - r rational negativ
- Eigenschaften der Potenzfunktionen (siehe Merkeboxen): wo definiert, Wachstumsverhalten, Symmetrien, „Kurventyp“, ...
  (Wenn man in etwa weiss, wie die Potenzfunktionen aussehen, sollte man nicht allzu viel auswendig lernen müssen.)
- Begriffe bei Funktionen (= Abbildungen):
  - bereits bekannte Begriffe wie Definitionsmenge, Zielmenge, Wertemenge
  - Eigenschaften von Funktionen:
    * (streng) monoton wachsend/fallend
    * bijektiv
    * injektiv
    * surjektiv
    * wohldefiniert (d. h. ob es überhaupt eine Funktion ist)
  - Umkehrfunktion
- Zusammenhang zwischen dem Graphen einer Funktion und dem Graphen ihrer Umkehrfunktion (wenn diese existert) kennen.
- Bijektive Funktionen haben Umkehrfunktionen, nicht-bijektive Funktionen haben keine Umkehrfunktionen.

Fähigkeiten

- Potenzen (mit rationalen Exponenten) ausrechnen können (ohne Taschenrechner; ähnlich wie in Aufgaben).
- Definition von n-ten Wurzeln und von Potenzen mit rationalem Exponenten wiedergeben können.
- Potenzgesetze zum Vereinfachen von Termen anwenden können
- Wurzeln als Potenzen schreiben können, Wurzelterme vereinfachen mit Hilfe der Potenzgesetze (oder Wurzelgesetze).
- Gleichungen ähnlich wie im Skript lösen können (S. 9, 10)
- Textaufgaben ähnlich wie im Skript lösen können (S. 11, auch Verzinsung (Tafelaufgabe, A18))
  Sorry, hier stand noch Trigonometrie-Zeug ~~können Arcus-Funktionen ohne Taschenrechner ausrechnen können (in Fällen, wo dies elementar möglich ist, vgl. (= vergleiche) Aufgaben A13, A16).~~
- ~~Sinussatz und Kosinussatz bei Dreiecksberechnungen anwenden können (wsw (also eine Seite, drei Winkel bekannt), ssw und sws (also ein Winkel und zwei Seiten, beide Lagen des Winkels), sss)~~
- ~~(Text-)Aufgaben ähnlich wie im Skript lösen können (insbesondere Abschnitt 18.7).~~
- ~~Umrechnungen zwischen kartesischen und Polarkoordinaten~~

- Graphen von Potenzfunktionen $f(x) = x^r$ (grob) skizzieren können.
  Auch „gegenseitige Lage“ zweier solcher Graphen, z. B. Graphen von $x^{\frac{2}{3}}$ und x^3 einzeichnen, welcher Graph liegt wo oberhalb, Links- oder Rechtskurve.
- Graphen von Potenzfunktionen $f(x) = x^r$ erkennen können (ob es sich beispielsweise um $x^{\frac{1}{2}}$ oder $x^{\frac{1}{3}}$ handelt, kann man bei $x = 4$ und $x = 8$ sehen).
- Eigenschaften der Potenzfunktionen anwenden können, zum Beispiel zum Grössenvergleich von Potenzen (dazu mag die gegenseitige Lage der Graphen zweier Potenzfunktionen nützlich sein, siehe oben).
- Definieren können (mit oder ohne mathematische Notation), wann eine Funktion injektiv/surjektiv/bijektiv ist.
- Feststellen können, ob eine Funktion injektiv/surjektiv/bijektiv ist oder nicht, oder ob es sich überhaupt um eine Funktion handelt.
  (Funktionen ähnlich wie in A24, auch andere Potenzfunktionen.)
  Bei Funktionen zwischen Teilmengen von $\mathbb{R}$ darf hierfür mit dem Graphen argumentiert werden. Der Graph sollte dafür grob skizziert werden.
  Bei nicht injektiv bzw. nicht surjektiv sollte begründet werden können, warum nicht.
- Beispiele von Funktionen mit gewissen Eigenschaften angeben können, etwa
  - injektiv, nicht surjektiv
  - streng monoton wachsend, bijektiv

  (Als „basic“-Beispiele und zum Verstehen (von injektiv, surjektiv, bijektiv) sind Funktionen zwischen endlichen Mengen gut geeignet; in der Realität wichtiger sind Beispiele von Funktionen zwischen Teilmengen von $\mathbb{R}$.)
- Feststellen können (in einfachen Fällen), ob eine Funktion eine Umkehrfunktion hat (wenn sie bijektiv ist) oder nicht (wenn sie nicht bijektiv ist).
- Nachrechnen können, ob zwei gegebene Funktionen Umkehrfunktionen voneinander sind.
- Umkehrfunktionen ausrechnen können (ähnlich wie in Beispiel 19.7.3).
- Umkehrfunktionen der Potenzfunktionen kennen ($f(x) = x^r$ hat die Umkehrfunktion $f^{-1}(x) = x^{\frac{1}{r}}$ wegen Potenzgesetz $(x^a)^b = x^{ab}$ und $x^1 = x$).

Beachte

Zuvor vermitteltes Wissen und zuvor geübte Fähigkeiten werden vorausgesetzt.

(Bereits im Unterricht wurde ein kleiner Fehler korrigiert: Im Skript ist in 19.4.8, 19.4.11 und 19.4.12 anzunehmen, dass alle Basen > 0 sind. Im Online-Skript ist dies in rot korrigiert.)