Lernziele (Folgen und Reihen)

Kurzfassung: Alle behandelten Themen im Skript.
TR und Formelsammlung sind nicht erlaubt.

Wissen

- die folgenden Begriffe sind bekannt:
  - Folge, Folgenglied, Index;
  - arithmetische Folge, Startwert, Schrittweite = Differenz;
  - geometrische Folge, Startwert, Wachstumsfaktor = Quotient;
  - Reihe zu einer Folge (= Folge der Teilsummen); arithmetische Reihe, geometrische Reihe
- implizite, explizite, rekursive Angabe einer Folge; allgemeine explizite, rekursive und implizite Angabe einer arithmetischen oder geometrischen Folge;
- Grenzwert = Limes, Konvergenz/Divergenz
- Sätze über n-te Teilsumme einer arithmetischen bzw. geometrischen Folge (Sätze 16.5.1 und 16.6.1) mitsamt Beweis.

Fähigkeiten

- Entscheiden können, ob Folgen arithmetisch, geometrisch oder weder arithmetisch noch geometrisch sind.
- Folgen implizit, explizit und rekursiv angeben können und zwischen diesen Angabemöglichkeiten wechseln können.
- Arithmetische bzw. geometrische Folgen aus gewissen Folgegliedern (oder Eigenschaften solcher) bestimmen können, d. h. Startwert und Schrittweite/Wachstumsfaktor (hierzu eventuell einfache Gleichungssysteme von Hand lösen können).
- Die allgemeinen Formeln für arithmetische/geometrische Folgen beim Lösen von Problemen einsetzen können.
- Folgen graphisch veranschaulichen können («Graph der Folge»);
- Mit dem Summenzeichen Σ umgehen können: Summen «ausführlich» schreiben können und umgekehrt Summen mit dem Summenzeichen schreiben können.
- Teilsummen arithmetischer Folgen ausrechnen können (beachte: n-te Teilsumme einer arithmetischen Folge = n-tes Glied der zugehörigen arithmetischen Reihe)
- Teilsummen geometrischer Folgen ausrechnen können (beachte: n-te Teilsumme einer geometrischen Folge = n-tes Glied der zugehörigen geometrischen Reihe)
- (einfache) geometrische Probleme mit Hilfe solcher Teilsummen lösen können (A15, A16, A22, A23); (A24 ist wohl eher zu umfangreich für eine 45-minütige Prüfung).
- Den Beweis der Gaußschen Summenformel $0 + 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \sum_{i=0}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ oder allgemeiner der Formel für die n-te Teilsumme einer arithmetischen Folge erklären können (Satz 16.5.1).
- Den Beweis der Formel $1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \sum_{i=0}^{n} q^i = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ erklären können (Satz 16.6.1).
- Zu einer Folge die zugehörige Reihe aufschreiben können und umgekehrt.
- Verhalten von Teilsummen geometrischer Folgen für $n \to \infty$ bestimmen können.