Aufgabe A9 Wenden Sie die binomischen Formeln an und schreiben Sie in Normalform:

a) $(xy+y^2)^2$ b) $\left(\frac{3}{4}a+\frac{4}{3}\right)^2$ c) $(2e+3f)^2$ d) $\left(\sqrt{2}a+b\right)^2$
e) $(y-z)^2$ f) $\left(xy-y^2\right)^2$ g) $(4ef-3fe)^2$ h) $\left(\frac{c}{d}+\frac{d}{c}\right)^2$
i) $(y+x)(y-x)$ j) $(-b+c)(b+c)$ k) $(-e-f)(-e+f)$ l) $(a+b)(-a-b)$

Umkehrung der binomischen Formeln

Für algebraische Umformungen sind Produkte in den meisten Fällen geeigneter als Summen. (Summen sind doof!). Wendet man die binomischen Formeln in die andere Richtung an, lassen sich gewisse Polynome in Produkte überführen. Diesen Vorgang nennt man **Faktorisieren**.

Beispiele:

$e^2+4ef+4f^2=$

$9c^2-6cd+d^2=$

$16a^2b^4-25c^6=$

Aufgabe A10 Faktorisieren Sie:

a) g^2+e^2-2ge b) $u^2v^2-(vu)^2$ c) $25b^2+16a^2-40ab$
d) $4a^2b+a^4+4b^2$ e) $x^{10}-y^{10}$ f) $16a^4-25$
g) x^2-2x+1 h) $4+y^4+4y$ i) a^2+b^2

Auch durch **Ausklammern** kann faktorisiert werden.

Beispiele

$10a^3+20a^2b+10ab^2=10a(a^2+2ab+b^2)=10a\cdot(a+b)^2$
$7x^4-28(xy)^2=7x^2\cdot(x^2-4y^2)=7x^2(x+2y)(x-2y)$

Aufgabe A11 Faktorisieren Sie so weit wie möglich

a) $6a^4b^2+6a^2b^4-12a^2b^2$ b) g^8-h^8 c) $(a+b)^2+(a-b)^2-4b^2$
d) $(x+y)x^2-y^2(x+y)$ e) t^5-2t^3+t f) a^3b-ab^3

Aufgabe A12 Eigentlich reicht die Formel für $(a+b)^2$. Die Formel für $(a-b)^2$ ergibt sich daraus. Zeigen Sie das, indem Sie die Identität $(a-b)=(a+(-b))$ verwenden.

Quadrate von Trinomen und Polynomen

Aufgabe A13 a) Was ist die "trinomische Formel" für $(a+b+c)^2$ und die "quadrinomische Formel" für $(a+b+c+d)^2$?
b) Beschreiben Sie, wie das (ausmultiplizierte) Quadrat eines Polynoms aussieht (so quasi die "polynomische Formel") für $(x_1+x_2+x_3+\ldots x_n)^2$.
Hinweis: Hier sind x_1, x_2 usw. unterschiedliche Variablen, wie z.B. a und b

Höhere Potenzen von Binomen, Pascal'sches Dreieck

Aufgabe A14 Schreiben Sie $(a+b)^3$ als Polynom in Normalform. *Hinweis: Verwenden dazu auch die binomische Formel, indem Sie die Identität $(a+b)^3=(a+b)^2(a+b)$ nutzen.*

Aufgabe A15 Schreiben Sie $(a+b)^4$ in Normalform. Berechnen Sie auf zwei Arten:
a) $(a+b)^3(a+b)$
b) $\left((a+b)^2\right)^2$