Beispiel 6.3.2. $a(x-b) = 2(ax - 2a - bx)$✎

Aufgabe A3 Lösen Sie ohne Diskussion der Sonderfälle nach x, y oder z auf. Ohne Sonderfälle bedeutet, dass man annimmt, dass die Gleichungen genau eine Lösung haben.

a) $qx - x = q^2 - 1$

b) $2(bz - cz) = z + bz - c$

c) $(y-3p)^2 = 2y(y+3p) - y(y-1)$

6.4 Äquivalenz-, Gewinn- und Verlustumformungen

Definition 6.4.1 Äquivalenzumformungen

Äquivalenzumformungen sind Umformungen einer Gleichung, welche die Lösungsmenge der Gleichung nicht verändern:

- **Addieren und Subtrahieren** von beliebigen Termen[a] und Zahlen
- Multiplizieren mit Zahlen **ungleich Null** und dividieren durch Zahlen **ungleich Null**.

[a] Vorausgesetzt, die Terme sind für alle Werte der Unbekannten definiert.

Die Äquivalenzumformungen werden verwendet, um Gleichungen zu vereinfachen. Es gibt aber auch «problematische» Umformungen von Gleichungen, die Sie jetzt kennen lernen werden:

Lernaufgabe

Lösen Sie die folgenden Aufgaben der Reihe nach und füllen Sie die Lücken aus!

Aufgabe A4 Gegeben ist die Gleichung $x = 3$

a) Bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathbb{L}$ der Gleichung

$$\mathbb{L} = \_\_\_\_\_\_$$

b) Quadrieren Sie beide Seiten der Gleichung und bestimmen Sie die Lösungsmenge $\mathbb{L}$ der neuen Gleichung!

$$x = 3 \quad | \quad (\dots)^2$$

$$\_\_\_\_\_\_\_\_$$

$$\mathbb{L} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Sie haben die Aufgaben a) und b) richtig gelöst, wenn die Lösungsmenge aus b) ein Element mehr besitzt als die aus a).

Merke 6.4.2 Quadrieren ist eine Gewinnumformung

Aus diesem Grund ist das Quadrieren einer Gleichung eine **Gewinnumformung**: Man kann dabei eine (oder mehrere) Lösung(en) gewinnen.