

1 Potenzgesetze

✂ **Aufgabe 1.1** Bestimmen Sie mit Hilfe des ersten Potenzgesetz, wie a^0 zu definieren ist.

✂ **Aufgabe 1.2** Erstellen Sie eine Tabelle mit allen auswendig zu lernenden Potenzen.

✂ **Aufgabe 1.3** Berechnen Sie:

$$a) \frac{24}{35} \cdot \frac{63}{16} \quad b) \frac{14}{27} \cdot \frac{63}{49} \quad c) \frac{48}{121} \cdot \frac{77}{32} \quad d) \frac{169}{39} \cdot \frac{28}{91} \cdot \frac{27}{6}$$

✂ **Aufgabe 1.4** Zusammenfassen, kürzen:

$$\begin{array}{ll} a) \left(-\frac{1}{2}d^2\right) \cdot \frac{1}{2}a^5d^4g^4 \cdot \frac{12}{7}g & b) \left(-\frac{7}{9}h^3m^3n^5\right) \cdot \frac{7}{7}n^2 \cdot \left(-\frac{15}{2}m\right) \\ c) \frac{13}{8}y^2 \cdot \left(-\frac{1}{2}f^4m^4\right) \cdot \frac{24}{13}f^2m^2 & d) \frac{1}{2}t^4z \cdot \left(-\frac{11}{7}gt^2z^2\right) \cdot \left(-7g^3t^4\right) \\ e) \left(-\frac{5}{8}c^4t^2x^2\right) \cdot \frac{1}{3}tx^4 \cdot \left(-\frac{9}{5}ct^3\right) & f) \frac{7}{6}c \cdot \frac{5}{13}t^3 \cdot \frac{12}{7}c^6t^2 \end{array}$$

✂ **Aufgabe 1.5** Auspotenzieren:

$$\begin{array}{llll} a) \left(\frac{5}{2}e^2s^5u\right)^3 & b) \left(-\frac{5}{2}b^3d^3h^2\right)^4 & c) \left(\frac{5}{2}cm^5y^4\right)^2 & d) \left(-\frac{3}{2}d^5m^3p\right)^2 \\ e) \left(-\frac{2}{3}dt^3w\right)^2 & f) \left(-\frac{5}{2}a^3m^4s^5\right)^3 & g) \left(\frac{5}{2}a^5b^2e\right)^4 & h) \left(-\frac{3}{2}f^4h^3y\right)^2 \end{array}$$

✂ **Aufgabe 1.6** Kürzen, Koeffizient vor den Bruch:

$$\begin{array}{lll} a) \frac{-\frac{1}{11}b^4n^2s^5}{b^5n^4s^7} & b) \frac{\frac{9}{7}d^7q^5t^3}{d^4q^4t^8} & c) \frac{\frac{4}{5}g^5m^7n^5}{g^3m^5n^5} \\ d) \frac{-\frac{17}{7}w^6x}{w^9x^8z} & e) \frac{-\frac{3}{4}b^4u^6}{bu^5w^2} & f) \frac{-\frac{5}{11}b^3e^3s^7}{b^2e^2s} \end{array}$$

✂ Aufgabe 1.7 Auspotenzieren:

$$\begin{array}{lll}
 a) \left(-\frac{3}{2} \cdot \frac{p}{f^3 k m^2 s^3}\right)^5 & b) \left(-\frac{5}{2} \cdot \frac{m^3 s^3}{s u^4 y^3}\right)^4 & c) \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{m^5}{c^3 n^4 s^8 u^3}\right)^5 \\
 d) \left(-\frac{3}{2} \cdot \frac{p^2}{k^2 p^4 q^5 t^5}\right)^4 & e) \left(\frac{5}{2} \cdot \frac{q^4}{c^2 f h^4 y}\right)^4 & f) \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{t^2}{c^4 t^6 u^4 v^5}\right)^4
 \end{array}$$

✂ Aufgabe 1.8 Ausmultiplizieren:

$$\begin{array}{ll}
 a) \left(-\frac{7}{9}g + \frac{1}{3}p^2\right) \left(-\frac{5}{3}g - \frac{2}{3}p^2\right) & b) \left(-\frac{1}{2}a^2 + \frac{9}{4}b\right) \left(\frac{7}{9}a^2 - \frac{9}{11}b\right) \\
 c) \left(-\frac{7}{3}h - \frac{2}{3}n^2\right) \left(\frac{4}{3}h - \frac{6}{n^2}\right) & d) \left(-\frac{5}{12}m^2 - \frac{1}{11}w^2\right) \left(-\frac{5}{12}m^2 + \frac{3}{4}w^2\right) \\
 e) \left(\frac{1}{3}t^2 + \frac{1}{3}w\right) \left(-\frac{5}{6}t^2 + \frac{4}{5}w\right) & f) \left(-\frac{5}{9}s + \frac{8}{7}u\right) \left(-\frac{7}{s} + \frac{1}{5}u\right)
 \end{array}$$

✂ Aufgabe 1.9 Ausmultiplizieren:

$$\begin{array}{ll}
 a) \left(\frac{5}{4}n^2w + \frac{11}{4n^2w^3}\right) \left(-\frac{6}{11}n^2w - \frac{12}{5n^2w^4}\right) & b) \left(\frac{f^3}{2w^2} + \frac{5w^3}{11f^3}\right) \left(-\frac{9f^3}{8w^2} + \frac{5w^3}{4f^3}\right) \\
 c) \left(\frac{9a^2}{4w} + \frac{5}{4}w\right) \left(-\frac{3a^2}{w} - \frac{9}{2}w\right) & d) \left(\frac{5}{7}p^3t - \frac{1}{2p^3t^2}\right) \left(-\frac{3}{5}p^3t - \frac{7}{3p^3t^2}\right)
 \end{array}$$

✂ Aufgabe 1.10 Klammern Sie den Faktor mit kleinstmöglichem Nenner aus, so dass in der Klammer keine Brüche mehr vorkommen und keine gemeinsamen Faktoren.

$$\begin{array}{llll}
 a) -\frac{5}{4}c^3k^2 + \frac{3}{4ck^2} & b) -\frac{3}{8}gx^2 + \frac{5x^3}{4g^3} & c) -\frac{10}{3}bk^2 - \frac{4k^3}{7b^3} & d) -\frac{5}{7}mp^2 + \frac{4m}{5p^2} \\
 e) \frac{2q^3}{5k} + \frac{9}{10k^2q^3} & f) \frac{q^3}{2m} + \frac{7q}{5m^3} & g) -\frac{7e^3}{2s^2} + \frac{1}{2}e^2s^3 & h) \frac{4y^3}{5b} - \frac{3y}{5b}
 \end{array}$$

Lösungen

✓ Lösung L1.1 Hoch Null

Laut dem ersten Potenzgesetz ist

$$a^0 \cdot a = a^0 \cdot a^1 = a^{0+1} = a^1 = a.$$

Dividiert man die Gleichung $a^0 \cdot a = a$ auf beiden Seiten durch a , erhält man

$$a^0 = 1.$$

Hinweis: 0^0 ist nicht eindeutig definierbar. In mehreren Fällen macht es aber auf praktischen und ästhetischen Gründen Sinn, $0^0 = 1$ zu definieren.

✓ Lösung L1.2 Potenzen zum Auswendiglernen

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
n^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
n^3	1	8	27	64	125														
3^e	3	9	27	81	243														
2^e	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024									

✓ Lösung L1.3 Bruchmultiplikation

$$a) \frac{27}{10}$$

$$b) \frac{2}{3}$$

$$c) \frac{21}{22}$$

$$d) 6$$

✓ Lösung L1.4 Potenzen-Mul.

$$a) -\frac{3}{7}a^5d^6g^5$$

$$b) \frac{35}{6}h^3m^4n^7$$

$$c) -\frac{3}{2}f^6m^6y^2$$

$$d) \frac{11}{2}g^4t^{10}z^3$$

$$e) \frac{3}{8}c^5t^6x^6$$

$$f) \frac{10}{13}c^7t^5$$

✓ Lösung L1.5 Monom

$$a) \frac{125}{8}e^6s^{15}u^3$$

$$b) \frac{625}{16}b^{12}d^{12}h^8$$

$$c) \frac{25}{4}c^2m^{10}y^8$$

$$d) \frac{9}{4}d^{10}m^6p^2$$

$$e) \frac{4}{9}d^2t^6w^2$$

$$f) -\frac{125}{8}a^9m^{12}s^{15}$$

$$g) \frac{625}{16}a^{20}b^8e^4$$

$$h) \frac{9}{4}f^8h^6y^2$$

✓ Lösung L1.6 Monom-Division

a) $-\frac{1}{11} \cdot \frac{1}{bn^2s^2}$

b) $\frac{9}{7} \cdot \frac{d^3q}{t^5}$

c) $\frac{4}{5} \cdot g^2m^2$

d) $-\frac{17}{7} \cdot \frac{1}{w^3x^7z}$

e) $-\frac{3}{4} \cdot \frac{b^3u}{w^2}$

f) $-\frac{5}{11}bes^6$

✓ Lösung L1.7 Monom-Quotient

a) $-\frac{243}{32} \cdot \frac{p^5}{f^{15}k^5m^{10}s^{15}}$

b) $\frac{625}{16} \cdot \frac{m^{12}s^8}{u^{16}y^{12}}$

c) $\frac{243}{32} \cdot \frac{m^{25}}{c^{15}n^{20}s^{40}u^{15}}$

d) $\frac{81}{16} \cdot \frac{1}{k^8p^8q^{20}t^{20}}$

e) $\frac{625}{16} \cdot \frac{q^{16}}{c^8f^4h^{16}y^4}$

f) $\frac{81}{16} \cdot \frac{1}{c^{16}t^{16}u^{16}v^{20}}$

✓ Lösung L1.8 Ausmultiplizieren-einfach

a) $\frac{35}{27}g^2 - \frac{1}{27}gp^2 - \frac{2}{9}p^4$

b) $\frac{7a^4}{18} + \frac{95a^2b}{44} - \frac{81b^2}{44}$

c) $-\frac{28h^2}{9} + \frac{14h}{n^2} - \frac{8hn^2}{9} + 4$

d) $\frac{25}{144}m^4 - \frac{145}{528}m^2w^2 - \frac{3}{44}w^4$

e) $-\frac{5t^4}{18} - \frac{t^2w}{90} + \frac{4w^2}{15}$

f) $\frac{35}{9} - \frac{1}{9}su - \frac{8}{s}u + \frac{8}{35}u^2$

✓ Lösung L1.9 Ausmultiplizieren-Bruch, Monome

a) $-\frac{15n^4w^2}{22} - \frac{3}{w^3} - \frac{3}{2w^2} - \frac{33}{5n^4w^7}$

b) $-\frac{9}{16}\frac{t^6}{w^4} + \frac{5}{44}w + \frac{25}{44}\frac{w^6}{t^6}$

c) $-\frac{27a^4}{4w^2} - \frac{111}{8}a^2 - \frac{45}{8}w^2$

d) $-\frac{3}{7}p^6t^2 - \frac{41}{30} \cdot \frac{1}{t} + \frac{7}{6}\frac{1}{p^6t^4}$

✓ Lösung L1.10 Ausklammern-nennerfrei

a) $\frac{1}{12ck^3}(-10c^4k^5 + 9)$

b) $\frac{x^2}{8g^3} \cdot (-3g^4 + 10x)$

c) $\frac{2k^2}{21b^3}(-35b^4 - 6k)$

d) $\frac{m}{35p^2}(28 - 25p^4)$

e) $\frac{1}{10k^2q^3} \cdot (9 + 4kq^6)$

f) $\frac{q}{10m^3} \cdot (14 + 5m^2q^2)$

g) $\frac{e^2}{2s^2} \cdot (-7e + s^5)$

h) $\frac{y}{5b} \cdot (-3 + 4y^2)$

2 negative Exponenten

✂ **Aufgabe 2.1** Schreiben Sie als vollständig gekürzten Bruch (oder ganze Zahl):

a) 10^{-3}

b) $(0.25)^{-3}$

c) 4^{-5}

d) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$

e) $\frac{(2^{-2}3^4)^3}{(2^33^{-5})^{-3}}$

f) $(-1)^{-123}$

g) $(-2)^{-2}$

✂ **Aufgabe 2.2** Vereinfachen Sie soweit wie möglich, schreiben Sie den Ausdruck als Bruch ohne negative Exponenten und ohne negative Basen. Die Potenzen sollen nicht ausgerechnet werden.

a) $5^{-4} \cdot 5^{-6}$

b) $0.6^{-10} \cdot (-0.6)^8$

c) $\frac{c^{-2}}{c^{-5}}$

d) $\frac{b^{n+1}}{(-b)^{-3}}$

e) $\frac{12^{-2x}}{4^{-2x}}$

f) $(3^{-2})^{-3}$

g) $(-b^0)^{2m-1}$ mit $m \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.

✂ **Aufgabe 2.3** Vereinfachen Sie:

a) $\frac{10a^{-3}}{2a^{-5}} \cdot 2a^{-3}$

b) $\frac{\left(\frac{x}{3}\right)^{-2}}{\left(\frac{x}{6}\right)^{-3}}$

c) $3^{-4x} - (9^{-x})^2$

d) $(a-b)^{10} \cdot (b-a)^{10}$

✂ **Aufgabe 2.4** Für welche $x \in \mathbb{Z}$ gilt:

a) $2^x = 8^{-4}$

b) $4^x = 8^{-10}$

Hinweis: Schreiben Sie die Potenzen der Gleichungen jeweils so um, dass auf beiden Seiten die gleiche Basis steht.

✂ **Aufgabe 2.5** Vereinfachen Sie und schreiben Sie das Resultat als Produkt von Potenzen, ohne Bruchstriche und Divisionen:

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{a^2}{a^{-1}b^3}$

c) $\frac{1}{a+b} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$

d) $\frac{\left(\frac{1}{a}\right)^{2 \cdot b} \cdot b^a}{a \cdot (a^b \cdot b^{-a})^b}$
 $\frac{1}{a^{-b^2} \cdot b^{a \cdot b} \cdot a^{-2b}}$

✂ **Aufgabe 2.6** Vereinfachen Sie und schreiben Sie das Resultat ohne negative Exponenten mit höchstens einem Bruchstrich (und ohne Divisionszeichen):

$$a) x^{-1} \quad b) 4^{-7} \cdot 2^{13} \quad c) \left(\frac{x^{-2}}{y^{-3}} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{y^{-2}}{x^{-3}} \right)^{-3} \quad d) \frac{\frac{12^{-7}}{35^{-8}}}{\frac{30^{-5}}{28^{-6}}} \cdot \left(\frac{7}{3} \right)^{-2} \cdot \left(\frac{5}{4} \right)^{-12}$$

Lösungen

✓ Lösung L2.1 Zahlen-Hoch-Minus

a) $\frac{1}{1000}$

b) 64

c) $\frac{1}{1024}$

d) 125

e) $\frac{8}{27}$

f) -1

g) $\frac{1}{4}$

✓ Lösung L2.2 Zahlen-Hoch-Minus

a) $\frac{1}{5^{10}}$

b) $\left(\frac{5}{3}\right) = \frac{5^2}{3^2}$

c) c^3

d) $-b^{n+4}$

e) $\frac{1}{3^{2x}}$

f) 3^6

g) $(-1)^{2m-1} = -1$, weil $2m - 1$ ungerade ist.

✓ Lösung L2.3 Vereinfachen-Neg.-Exp.-Plus

a) $\frac{10}{a}$

b) $\frac{x}{24}$

c) 0

d) $(a - b)^{20}$

✓ Lösung L2.4 Exponentialgleichungen

a) $x = -12$

b) $x = -15$

✓ Lösung L2.5 Produkt-von-Potenzen

a) 4^{-1}

b) a^3b^{-3}

c) $a^{-1}b^{-1}$

d) a^{b-1}

✓ Lösung L2.6 Bruch-ohne-neg.-Exp.

a) $\frac{1}{x}$

b) $\frac{1}{2}$

c) $\frac{1}{x^5}$

d) 40

3 Darstellung

✂ Aufgabe 3.1 Schreiben Sie mit Hilfe von Zehnerpotenzen:

- a) 100 Billionen Euro b) 3 Tausendstel
c) 4 Hundermillionstel d) 7 Zehnbillionstel

✂ Aufgabe 3.2 Schreiben Sie als Dezimalzahl:

- a) 10^{-4} b) $2.99792458 \cdot 10^8$ c) $22.4141 \cdot 10^{-3}$ d) $1013.25 \cdot 10^{-2}$

✂ Aufgabe 3.3 Schreiben Sie die Grösse mit Hilfe der angegebenen Vorsätze:

- a) Dicke des menschlichen Haares $70 \mu\text{m}$ in

- (1.) mm
(2.) m

- b) Durchmesser von Atomen 100 pm in

- (1.) nm
(2.) m

✂ **Aufgabe 3.4** Rechnen Sie die folgenden Grössen um in wissenschaftlicher Darstellung:

- a) 1 Liter in cm^3 b) 10 mm^2 in km^2 c) 1 kg/m^3 in g/dm^3

✘ **Aufgabe 3.5** Stimmt die folgende Faustregel: 1 Jahr dauert rund 10π Megasekunden? Geben Sie die Abweichung vom exakten Wert absolut und relativ an.

Lösungen

✓ Lösung L3.1 Zehnerpotenzen

a) $= 10^{14}$ Euro

c) $= 4 \cdot 10^{-8}$

b) $= 3 \cdot 10^{-3}$

d) $= 7 \cdot 10^{-13}$

✓ Lösung L3.2 Dezimalzahl

a) 0.0001

b) 299792458

c) 0.0224141

d) 10.1325

✓ Lösung L3.3 Massumwandlungen

a)

(1.) $7 \cdot 10^{-2}$ mm

(2.) $7 \cdot 10^{-5}$ m

b)

(1.) 10^{-1} nm

(2.) 10^{-10} m

✓ Lösung L3.4 Massumwandlungen-Plus

a) 10^3 cm³

b) 10^{-11} km²

c) 1 g/dm³

✓ Lösung L3.5 Jahr in Sekunden

$1 \text{ a} = 3.1536 \cdot 10^7 \text{ s}$ und $10\pi \text{ Ms} \approx 3.1416 \cdot 10^7 \text{ s}$, d.h. die Differenz ist $\approx 1.20073 \cdot 10^5 \text{ s}$, also weniger als 1% Fehler.

4 Prefixe

✂ **Aufgabe 4.1** Auf dem Computer werden Datenspeicher- und Dateigrößen praktisch immer mit binären Prefixen angezeigt (ohne aber die Prefixe Ki, Mi, Gi, Ti, etc. zu verwenden).

- (a) Festplatten- und Speichermedienhersteller verwenden praktisch immer die dezimalen Prefixe (also mit Basis 10). Warum wohl?
- (b) Wie viele Bytes gross ist eine Datei, für deren Grösse genau 1 GB (1 GiB) angezeigt wird? Geben Sie das Resultat in Exponentialschreibweise mit einer Genauigkeit von 4 Stellen an.
- (c) Wie gross wird dann die Kapazität einer 2 TB (2 Terabytes) grossen Festplatte angezeigt? *Man vernachlässige Kapazitätsverluste, die durch Verwaltungsinformation entstehen.*

Lösung

✓ Lösung L4.1 Informatik

- (a) Weil dann die Masszahl grösser wird. Ein z.B. 1 TB ist einiges weniger als 1 TiB.
- (b) $2^{30} \text{ B} \approx 1.074 \cdot 10^9 \text{ B}$.
- (c) $2 \cdot 10^{12} / 2^{40} \approx 1.81899 \text{ TB (TiB)}$.

5 Kehrwert

✂ Aufgabe 5.1

$$a) \frac{\frac{2}{3} + \frac{3}{4}}{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}$$

$$b) \frac{2 - \frac{4}{3}}{\frac{2}{3} + 2} - \frac{2}{3}$$

$$c) \frac{8^2 + 6^2 + 5^2}{2 \cdot (25 - 33)^2} \Big/ \left(\frac{5}{4}\right)^3$$

$$d) -2 - \frac{-2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2}{\frac{2}{-\frac{3}{2}}}$$

$$e) 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + 1}}}$$

$$f) \left(\frac{117}{127}\right)^4 \cdot \frac{1}{117^3} \cdot \frac{1}{127}$$

✂ Aufgabe 5.2 Berechnen Sie im Kopf, aber vereinfachen Sie zuerst mit den Potenzgesetzen!

Beispiel:

$$\frac{20^6}{2^8 \cdot 5^5} = \frac{(2^2 \cdot 5)^6}{2^8 \cdot 5^5} = \frac{(2^2)^6 \cdot 5^6}{2^8 \cdot 5^5} = \frac{2^{12}}{2^8} \cdot \frac{5^6}{5^5} = 2^4 \cdot 5 = 2^3 \cdot 2 \cdot 5 = 8 \cdot 10 = 80$$

$$a) \frac{100^4}{2^7 \cdot 25^3}$$

$$b) \frac{16^5}{8^6}$$

$$c) \frac{3^{3^2}}{(3^3)^2}$$

6 Primfaktorzerlegung

✂ **Aufgabe 6.1** Schreiben Sie alle Primzahlen bis 50 auf.

✂ **Aufgabe 6.2** Bestimmen Sie die Primfaktorzerlegung:

$$a) 294 \cdot 7500 \cdot 2300 \quad b) 441 \cdot 275000 \cdot 70000 \quad c) 315 \cdot 154000 \cdot 29000 \quad d) 525 \cdot 10500 \cdot 23000$$

$$e) 84 \cdot 16500 \cdot 1900 \quad f) 1225 \cdot 23100 \cdot 29000 \quad g) 525 \cdot 1800 \cdot 19000 \quad h) 735 \cdot 6600 \cdot 170000$$