Nur einen Parameter (@-Variable, bzw. c_i) und damit eine Schnittgerade
`solve(e3 and e4, {x,y,z})`

Lösung zu 25.32 ex-schnitt-ebene-gerade

Sei $\overrightarrow{n} = \begin{pmatrix}-2\\3\\-1\end{pmatrix}$ der Normalenvektor von E. Sei $d = 2$ die Konstante d der Ebenengleichung und $\overrightarrow{v_g} = \begin{pmatrix}2\\-1\\-2\end{pmatrix}$ der Richtungsvektor von g.

a) Wenn die Gerade g parallel zu E wäre, dann wäre $\overrightarrow{n}$ senkrecht zu $\overrightarrow{v_g}$. D.h. $\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{v_g}$ wäre dann Null. Aber $\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{v_g} = -5 \neq 0$, und damit ist g nicht parallel zu E.

b) Man überprüft, ob der Aufpunkt von g in der Ebene E liegt. D.h. man setzt die Koordinaten vom Aufpunkt $(0, 2, 1)$ in die Ebenengleichung ein. Wird diese erfüllt (und wäre die Gerade parallel zu E), dann würde die Gerade g in der Ebene E liegen. Wäre die Gerade nicht parallel, hätte man (zufälligerweise) bereits den Schnittpunkt gefunden.

c) Man sucht einen Parameter t so, dass der entsprechende Punkt auf g die Ebenengleichung erfüllt. Die Ebenengleichung kann auch in der Form

$$\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{n} + d = 0$$

geschreiben werden, wobei $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ für einen Ortvektor eines Punktes der Ebene E steht. Die Gleichung für den Parameter t lautet also:

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{g}(t) \cdot \overrightarrow{n} + d &= 0\\
\left(\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\-1\\-2\end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix}-2\\3\\-1\end{pmatrix} + 2 &= 0\\
\begin{pmatrix}0\\2\\1\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}-2\\3\\-1\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\-1\\-2\end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix}-2\\3\\-1\end{pmatrix} + 2 &= 0\\
5 + t \cdot (-5) + 2 &= 0\\
t &= \frac{7}{5}
\end{aligned}$$

Eingesetzt in $\overrightarrow{g}(t)$ erhält man den Ortsvektor des Schnittpunktes S:

$$\overrightarrow{g}\left(\frac{7}{5}\right) = \frac{1}{5}\begin{pmatrix}14\\3\\-9\end{pmatrix}$$

TR:
$[-2, 3, -1]$ `→ n`
`2 → d`
$[2, -1, -2]$ `→ vg`
$[0, 2, 1]$ `+ t*vg → g(t)`
`dotP(n,vg)`
liefert -5, also g nicht parallel zu E
`dotP(g(0), n)+d`
liefert 5, also Aufpunkt von g nicht in E
`solve(dotP(g(t),n)+d=0, t) → tt`
liefert $\frac{7}{5}$
`g(t)|tt`
liefert Schnittpunkt