



- c) Streng genommen ist die Aufgabe nicht lösbar, da Angaben fehlen.
Wir kennen die Geschwindigkeiten nicht, nehmen aber nun an, dass diese gleich gross sind. Dazu müssen erst die Richtungsvektoren auf die gleiche Länge gebracht werden, z.B. beide auf 1. Wir definieren neu

$$\vec{g}(t) = \vec{OA} + t \frac{\vec{AZ}}{|\vec{AZ}|} \quad \text{und} \quad \vec{h}(t) = \vec{OB} + t \frac{\vec{BC}}{|\vec{BC}|}$$

Das Abstandsquadrat d der Geschosse zum Zeitpunkt t beträgt

$$d(t) = |\vec{g}(t) - \vec{h}(t)|^2$$

Die Funktion $d(t)$ ist eine quadratische Funktion, hat also genau eine Extremalstelle, und diese muss ein Minimum sein.

Diese Minimalstelle finden wir durch Ableiten und Nullsetzen:

$$d'(t) = 0 \quad t \approx 133.414$$

Eingesetzt in $d(t)$ erhalten wir den Abstand ≈ 0.307625 .

TR:

```
a+t*unitv(a-z) -> g(t)
b+t*unitv(c-b) -> h(t)
norm(g(t)-h(t))^2 -> d(t)
zeros(d(d(t),t),t)[1] -> nt
d(nt)
```

- d) Wir suchen zwei Parameter s und t so, dass der Vektor $\vec{g}(s) - \vec{h}(t)$ rechtwinklig zu (=senkrecht auf) den Richtungsvektoren der beiden Geraden ist/steht. Wir erhalten das folgende Gleichungssystem:

$$(\vec{g}(s) - \vec{h}(t)) \cdot \vec{AZ} = 0 \quad \text{und} \quad (\vec{g}(s) - \vec{h}(t)) \cdot \vec{BC} = 0$$

Für die Parameterdarstellungen der vorherigen Teilaufgabe liefert der TR folgende Lösung:

$$s \approx 133.136 \quad \text{und} \quad t \approx 133.69$$

Der Abstand beträgt $\approx 2.04 \cdot 10^{-10}$, was schon fast einen Schnittpunkt ergibt.

Wenn man genau rechnet (statt gerundet mit dem TR), erhält man einen Schnittpunkt.

✂ Lösung zu 25.16 ex-gerade-mit-Kugel-schneiden

Die Gerade g hat folgende Parameterdarstellung:

$$\vec{g}(t) = \vec{OA} + t \cdot \vec{AB}$$

- a) Alle Punkte P auf der Kugel um den Nullpunkt mit Radius 2 haben die Eigenschaft, dass $|\vec{OP}| = 2$.
Wir suchen also alle t so, dass

$$|\vec{g}(t)| = 2$$

Die Lösungen in $\vec{g}(t)$ eingesetzt liefern die Koordinaten der Durchstosspunkte:

$P_1 \approx (1.59029, 1.19676, -0.196765)$ und $P_2 \approx (-1.77211, 0.075962, 0.924038)$