d) Wir suchen den Parameter t so, dass $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{PC}$:

$$0 = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{AB} \cdot \left(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OP}\right) = \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{OC} - (\overrightarrow{OA} + t \cdot \overrightarrow{AB})) =$$
$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} - t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}\right) =$$
$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6-2t \\ -3+t \\ 2-2t \end{pmatrix} = 12 - 4t + 3 - t + 4 - 4t = 19 - 9t$$

Aufgelöst nach t erhält man $t = \frac{19}{9}$. Eingesetzt in die Parameterdarstellung erhält man

$$\overrightarrow{OP} = \vec{g}\left(\frac{19}{9}\right) = \begin{pmatrix} \frac{20}{9} \\ \frac{17}{9} \\ \frac{29}{9} \end{pmatrix} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 20 \\ 17 \\ 29 \end{pmatrix}.$$

Mit dem TR kann die Aufgabe wie folgt effizient gelöst werden:
$[-2, 4, -1]$ $\rightarrow$ `a`
$[0, 3, 1]$ $\rightarrow$ `b`
$[4, 1, 1]$ $\rightarrow$ `c`
`a+t*(b-a)` $\rightarrow$ `g(t)`
`zeros(dotP(b-a, c-g(t)),t)` $\rightarrow$ `tp`
`g(tp[1])` $\rightarrow$ `p` Achtung: `zeros` liefert eine Liste von Nullstellen, auch wenn es nur eine gibt. Darum `tp[1]`, was das erste Element der Liste liefert.
Anstatt `zeros` könnte auch `solve` verwendet werden und der Wert für den Parameter danach von Hand eingegeben werden.

e) Von allen Punkten P auf g nimmt man jenen, der C am nächsten liegt. Der Abstand dieses Punktes P zu C ist dann der Abstand. Wir suchen t so, dass das Abstandsquadrat minimiert wird (ergibt eine einfachere Funktion zu minimieren).

$$d(t) = |\overrightarrow{PC}|^2 = (\overrightarrow{OC} - \vec{g}(t)) \cdot (\overrightarrow{OC} - \vec{g}(t))$$

Wir lösen $d'(t) = 0$ und erhalten $\frac{19}{9}$. Und damit den Abstand $\sqrt{d\left(\frac{19}{9}\right)} = \frac{4\cdot\sqrt{5}}{3}$.
TR:
`norm(c-g(t))^2` $\rightarrow$ `d(t)`
`zeros(`d`(d(t),t),t)` $\rightarrow$ `tp`
$\sqrt{}$`(d(tp[1]))`
Oder man stellt fest, dass der Winkel zwischen Gerade und PC ein rechter sein muss, und damit mit letzter Aufgabe $|\overrightarrow{PC}| = \frac{4\sqrt{5}}{3}$.
TR: `norm(p-c)`.

Lösung zu 25.14 ex-gegenseitige-lage-geraden

Notation: P_a, P_b,... für entsprechende Aufpunkte, $\vec{v_a}$, $\vec{v_b}$, ... für entsprechende Richtungsvektoren.

Auf dem TR defieren wir folgende Variablen: $[1, -2, 3]$ $\rightarrow$ `pa`, etc. für die Aufpunkte. $[-4, 2, 6]$ $\rightarrow$ `va`, etc. für die Richtungsvektoren. Daraus lassen sich die Parameterdarstellungen wie folgt definieren: `pa+t*va` $\rightarrow$ `a(t)`, etc.

Parallelität

Zwei Geraden sind parallel (oder eventuell identisch), wenn die Richtungsvektoren parallel sind, d.h. wenn es eine Zahl λ gibt, so dass z.B.

$$\vec{v_a} = \lambda \vec{v_b}$$

Das sind drei Gleichungen auf einmal (für jede Komponente eine). Eine dieser Gleichungen kann für λ gelöst werden und für die anderen Komponenten überprüft werden.

Oder man verwendet `solve` auf dem TI-$n$spire oder `veq` (eigene Funktion) auf dem Ti-92, um diese Gleichungen zu lösen: