BY-SA

b) Man bestimmt erst den Höhenfusspunkt H auf der Geraden. Ist die Höhe bekannt, kann die halbe Seitenlänge in Richtung der Geraden auf beiden Seiten angehängt werden.
Wir suchen t so, dass

$$\vec{g}(t) \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

Die Lösung für t eingesetzt in $\vec{g}(t)$ liefert $H = \left(-\frac{1}{11}, \frac{7}{11}, \frac{4}{11}\right)$.
Hinweis: Man hätte H auch als Mittelpunkt zwischen P_1 und P_2 ausrechnen können.
Die Seite im gleichseitigen Dreieck ist $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ mal so lang wie die Höhe. D.h. wir suchen einen Vektor $\vec{s}$ in Richtung von $\overrightarrow{AB}$ (Richtungsvektor der Geraden) mit Länge $\frac{\sqrt{3}}{3}|\overrightarrow{OH}|$:

$$\vec{s} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}|\overrightarrow{OH}|$$

Damit sind

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH} + \vec{s} \approx \begin{pmatrix} -0.476604 \\ 0.507799 \\ 0.492201 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH} - \vec{s} = \begin{pmatrix} 0.294786 \\ 0.764929 \\ 0.235071 \end{pmatrix}$$

TR:

```
[4,2,-1] → a
[-5,-1,2] → b
a+t*(b-a) → g(t)
zeros(norm(g(t))-2,t) → kt
g(kt[1]) → p1
g(kt[2]) → p2

b-a → ab
solve(dotP(g(t),ab)=0, t) → ht
g(t) | ht → h
norm(h) → l
unitV(ab)*l*√(3)/3 → s
h+s → c
h-s → d
```

Lösung zu 25.17 ex-abstand-gerade-gerade

Man sucht die zwei Punkte G und H auf den Geraden so, dass $\overline{GH}$ so klein wie möglich ist. Das ist der Abstand.
Der Vektor $\overrightarrow{GH}$ muss senkrecht auf beide Geraden sein (sonst würde eine kleine Verschiebung eines Punktes in Richtung des spitzen Winkel eine Verkleinerung der Distanz ergeben). Wir führen zwei Parameter s und t ein, so dass $\vec{g}(s) = \overrightarrow{OG}$ und $\vec{h}(t) = \overrightarrow{OH}$. Damit ist $\overrightarrow{GH} = \vec{h}(s) - \vec{g}(t)$.
Damit haben wir folgendes Gleichungssystem für zwei Parameter s und t:

$$\left| \begin{array}{rcl} \left(\vec{h}(s) - \vec{g}(t)\right) \cdot \vec{v_g} & = & 0 \\ \left(\vec{h}(s) - \vec{g}(t)\right) \cdot \vec{v_h} & = & 0 \end{array} \right|$$

Die Lösungen dieses Gleichungssystems eingesetzt in die Parameterdarstellungen liefern die gesuchten Punkte G und H, und $\overline{GH}$ den gesuchten Abstand der Geraden.
Wären die Geraden parallel, würde obiges System unendlich viele Lösungen liefern. Davon kann eine beliebige zur Berechnung des Abstands verwendet werden.
Wir werden später noch weitere Methoden zur Berechnung des Abstands Gerade-Gerade antreffen.

Lösung zu 25.18 ex-crossP-ist-rechtwinklig

Mit $\vec{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ und $\vec{w} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ erhalten wir $\vec{p} = \vec{v} \times \vec{w} = \begin{pmatrix} bz - cy \\ cx - az \\ ay - bx \end{pmatrix}$