c) Geht man von A 6 mal in die Richtung von $\vec{r}$ landet man bei $\overrightarrow{OA}+6\vec{r}=\begin{pmatrix}12\\-1\\8\end{pmatrix}$, also $3\,\text{m}$ über dem Punkt B.

d) $\vec{F}=100\cdot\frac{1}{|\vec{r}|}\vec{r}=100\frac{\sqrt{17}}{17}\cdot\begin{pmatrix}3\\-2\\2\end{pmatrix}$.

e) $\vec{F_s}=\frac{\vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|^2}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{\sqrt{17}}{119}\begin{pmatrix}2250\\-1500\\750\end{pmatrix}$.

f) $s=|\overrightarrow{AB}|$, $F=|\vec{F_s}|$. Daraus ergibt sich $W=F\cdot s=|\vec{F_s}|\cdot|\overrightarrow{AB}|=\frac{4500\sqrt{17}}{17}\approx 1091.41\,\text{J}$.

g) $\vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{4500\sqrt{17}}{17}$.

h) Wir haben $|\vec{F_s}|\cdot|\overrightarrow{AB}|$ berechnet.

$$|\vec{F_s}|=\left|\frac{\vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|^2}\cdot\overrightarrow{AB}\right|=\left|\frac{\vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|^2}\right|\cdot|\overrightarrow{AB}|=\left|\frac{\vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}\right|$$

Mulitpiliziert man nun noch mit $|\overrightarrow{AB}|$ erhält man

$$\left|\vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}\right|,$$

was nur dann das Gleiche ist, wenn der Winkel zwischen $\vec{F}$ und $\overrightarrow{AB}$ kleiner als 90° ist. Sonst wäre das Skalarprodukt negativ und die Person würde vom Schlitten gezogen (und gewinnt damit Energie).

Lösung zu 25.13 ex-gerade-basics

a) Die wohl naheliegenste Parameterdarstellung ist $\vec{g}(t)=\overrightarrow{OA}+t\cdot\overrightarrow{AB}=\begin{pmatrix}-2\\4\\-1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix}$

Man kann aber irgend einen Punkt auf der Geraden als Aufpunkt wählen, z.B. B. Für den Richtungsvektor ist nur die Richtung, aber nicht die Länge relevant, d.h. es kann irgendein Vielfaches von $\overrightarrow{AB}$ gewählt werden, z.B. $-3\overrightarrow{AB}$:

$\vec{g}(t)=\overrightarrow{OB}+t\cdot 3\overrightarrow{BA}=\begin{pmatrix}0\\3\\1\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}-6\\3\\-6\end{pmatrix}$

b) Gibt es einen Parameter t, so dass $\vec{g}(t)=\overrightarrow{OC}$?

Mit der ersten Parameterdarstellung und der ersten Komponente erhält man

$$-2+t\cdot 2=4\Rightarrow t=3.$$

Eingesetzt $\vec{g}(3)=\begin{pmatrix}4\\1\\5\end{pmatrix}\neq\overrightarrow{OC}$. Also $C\notin g$.

c) In der x-y-Ebene ist die z-Koordinate Null. (Genauer: Ein Punkt liegt genau dann in der x-y-Ebene, wenn seine z-Koordinate Null ist.) Mit der ersten Parameterdarstellung und der dritten Komponente erhalten wir:

$$-1+t\cdot 2=0\Rightarrow t=\frac{1}{2}.$$

Eingesetzt: $\vec{g}\left(\frac{1}{2}\right)=\begin{pmatrix}-1\\\frac{7}{2}\\0\end{pmatrix}$. Der Schnittpunkt hat die Koordinaten $(-1,3.5,0)$.