



Berechnen Sie die Länge $|\vec{v}_r|$ aus $|\vec{v}|$ und α . Vergleichen Sie diesen Ausdruck mit $\vec{v} \cdot \vec{r}$. Finden Sie damit eine Formel für \vec{v}_r .



✂ **Aufgabe 25.12** Jemand zieht einen Schlitten einen gleichmässig ansteigenden Hang (schiefe Ebene) hinauf vom Punkt $A = (3, 5, 2)$ zum Punkt $B = (12, -1, 5)$. Die Koordinaten sind in Metern. Die Person wendet dabei eine konstante Kraft von 100 N in Richtung $\vec{r} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ auf. Wie viel Arbeit verrichtet diese Person?

- Berechnen Sie die Strecke, die der Schlitten zurücklegt.
- Zeigen Sie, dass von oben gesehen (d.h. die z -Komponente weglassen), \vec{r} und \overrightarrow{AB} parallel sind.
- ✂ Zeigen Sie, dass \vec{r} «steiler» ist als \overrightarrow{AB} , d.h. dass die Gerade durch A in Richtung \vec{r} über den Punkt B läuft.
- Berechnen Sie den Kraft-Vektor \vec{F} der Länge 100, der in die gleiche Richtung wie \vec{r} zeigt.
- Berechnen Sie die Projektion \vec{F}_s des Kraft-Vektors \vec{F} auf die Richtung \overrightarrow{AB} .
- Arbeit ist Kraft mal Weg ($W = F \cdot s$), wenn man voraussetzt, dass die Kraft parallel zum Weg wirkt und konstant ist. Berechnen Sie die verrichtete Arbeit.
- Zeigen Sie zunächst rein rechnerisch für die gegebenen Zahlen, dass $\vec{F} \cdot \overrightarrow{AB}$ ebenfalls die Arbeit ergibt.
- ✂ h) Fassen Sie die Rechenschritte der Teilaufgaben e) und f) algebraisch zusammen (als Formel für die Kraft in Abhängigkeit von \overrightarrow{AB} und \vec{r}) und vereinfachen Sie diese, um die Aussage von Teilaufgabe g) zu beweisen.

Merke 25.4.9 Arbeit ist Kraft mal Weg

Die physikalische Formel für die verrichtete Arbeit W aus Weg s und konstanter Kraft F längs des Weges ist $W = F \cdot s$.

Sie kann vektoriell als Skalarprodukt $W = \vec{F} \cdot \vec{s}$ geschrieben werden und ist dann auch gültig, wenn die Kraft nicht parallel zum Weg ist.

Ist die Kraft auf dem Weg nicht konstant, werden diese Skalarprodukte «stückweise aufsummiert» bzw. genauer aufintegriert, d.h.

$$W = \int \vec{F}(s) \cdot d\vec{s},$$

Eine ähnliche Formel gilt auch für beliebige parametrisierte Wege.