Definition 25.2.4 Skalare Multiplikation = Zahl-Vektor-Multiplikation

Die Multiplikation einer Zahl $\lambda \in \mathbb{R}$ mit einem Vektor $\vec{v}$ ist wie folgt komponentenweise definiert.

$$\lambda \cdot \vec{v} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} := \boxed{✎}$$

Merke 25.2.5 Längenänderung beim skalaren Multiplizieren

Multipliziert man einen Vektor mit einer **positiven Zahl** $\lambda > 0$, so erhält man einen verlängerten (wenn $\lambda > 1$) oder verkürzten (wenn $0 < \lambda < 1$) Vektor **derselben Richtung**.

Multipliziert man einen Vektor mit einer **negativen Zahl** $\lambda < 0$, so erhält man einen verlängerten (wenn $\lambda < -1$) oder verkürzten (wenn $-1 < \lambda < 0$) Vektor mit **entgegengesetzter Richtung**.

Multipliziert man eine Zahl λ mit einem Vektor $\vec{v}$,

so ändert sich die Länge des Vektors ✎ , in Formeln:

$$|\lambda \cdot \vec{v}| = \boxed{✎}$$

Definition 25.2.6 Einheitsvektor = normierter Vektor

Ein Vektor $\vec{v}$ heisst genau dann **Einheitsvektor** oder **normiert**,

✎

Aufgabe 25.2 Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie Einheitsvektoren mit der gleichen Richtung wie $\vec{a}$ und $\vec{b}$.

Aufgabe 25.3 Skalieren Sie den Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} -\frac{7}{6} \\ \frac{7}{3} \\ -\frac{7}{3} \end{pmatrix}$ auf die Länge 2.

Definition 25.2.7 Vektor-Addition und Vektor-Subtraktion

Vektor-Addition («Aneinanderhängen von Vektoren», Nacheinanderausführung von Verschiebungen) bzw. Vektor-Subtraktion sind wie folgt komponentenweise definiert:

$$\vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} := \boxed{✎} \qquad \vec{v} - \vec{w} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{pmatrix} := \boxed{✎}$$

Aufgabe 25.4 Zeichnen Sie zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ als Pfeile mit unterschiedlicher Länge und Richtung. Konstruieren Sie dann folgende Vekoren:

a) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ b) $\vec{d} = -\vec{b}$ c) $\vec{e} = \vec{a} - \vec{b}$ d) $\vec{f} = 2\vec{a}$ e) $\vec{g} = -\frac{1}{2}\vec{a}$