a) Für die erste Ziffer gibt es 8 Möglichkeiten, für die restlichen sechs Ziffern jeweils 10 Möglichkeiten: $8 \cdot 10^6 = 8'000'000$.

b) $7! - 1 = 5039$

c) $\frac{7!}{3! \cdot 3!} - 1 = 139$

d) Man berechne, in vielen Nummern keine und in wie vielen Nummern genau eine 1 vorkommt und ziehe dies von der Anzahl aller möglichen Nummern ab: $8'000'000 - \underbrace{8 \cdot 9^6}_{\text{keinmal}} - \underbrace{8 \cdot 6 \cdot 9^5}_{\text{einmal}} = 914'120$. *Für genau eine Eins gibt es 8 Möglichkeiten für die erste Ziffer, 6 Möglichkeiten die 1 zu platzieren, und 9^5 Möglichkeiten, die restlichen Ziffern zu wählen.*

Lösung zu Aufgabe 22.15 ex-combohne-wege-im-gitternetz

a) $\binom{37}{14} = 6'107'086'800$

b) $\binom{48}{9} = 1'677'106'640$

c) Ein kürzester Weg von $O(0|0)$ nach $P(x, y)$ besteht aus x horizontalen Abschnitten, die jeweils um eine Einheit nach rechts gehen und y vertikalen Abschnitten, die jeweils um eine Einheit nach oben verlaufen. Wenn ein nach rechts verlaufener horizontaler Abschnitt mit H bezeichnet wird und ein vertikal nach oben mit V, kann ein kürzester Weg wie folgt codiert werden: HHVVVHVH...VHVHH.

Dieser Weg führt also zuerst zwei Schritte nach rechts, dann drei Schnitte nach oben, dann nach rechts, wieder nach oben usw. Das Zeichen H kommt in dieser Zeichenkette x-mal vor, das Zeichen V genau y-mal. Da ein solcher Weg aus total $x + y$ Abschnitten besteht, wird sein Code aus $x + y$ Zeichen gebildet.

Ein solcher Weg-Code ist eine Kombination, denn er ist bestimmt, sobald wir wissen an welchen der $x+y$ möglichen Positionen im Code das Symbol H steht. Für H müssen x Stellen aus den $x + y$ möglichen Positionen ausgewählt werden, was auf exakt $\binom{x+y}{x}$ Arten möglich ist: $\binom{x+y}{x} = \frac{(x+y)!}{x! \cdot y!}$.

d) Die Anzahl Wege über Z ist $\binom{11}{5} \cdot \binom{26}{8} = 721'771'050$.

Lösung zu Aufgabe 22.16 ex-komb-komitee

$\binom{17}{5} = \frac{17!}{5! \cdot 12!} = 6188$

Lösung zu Aufgabe 22.17 ex-perm-varohne-zieleinlaeufe

a) $12! = 479'001'600$

b) $\frac{12!}{2!} = 239'500'800$

Lösung zu Aufgabe 22.18 ex-combohne-altes-ch-lotto

Die Reihenfolge der Ziehung spielt keine Rolle.

a) $\binom{45}{6} = 8'145'600 \qquad P = \frac{1}{8'145'600} \approx 0.000\,01\,\%$

b) Es müssen k Zahlen aus den sechs gezogenen Zahlen und $(6 - k)$ Zahlen aus den restlichen 39 Zahlen gezogen werden:

$$\begin{array}{lll}
n = 0 & \binom{39}{6} \cdot \binom{6}{0} = 3'262'623 & P = \frac{3'262'623}{8'145'600} \approx 40.1\,\% \\
n = 1 & \binom{39}{5} \cdot \binom{6}{1} = 3'454'542 & P = \frac{3'454'542}{8'145'600} \approx 42.4\,\% \\
n = 2 & \binom{39}{4} \cdot \binom{6}{2} = 1'233'765 & P = \frac{1'233'765}{8'145'600} \approx 15.1\,\% \\
n = 3 & \binom{39}{3} \cdot \binom{6}{3} = 182'780 & P = \frac{182'780}{8'145'600} \approx 2.2\,\% \\
n = 4 & \binom{39}{2} \cdot \binom{6}{4} = 11'115 & P = \frac{11'115}{8'145'600} \approx 0.14\,\% \\
n = 5 & \binom{39}{1} \cdot \binom{6}{5} = 234 & P = \frac{234}{8'145'600} \approx 0.003\,\%
\end{array}$$

c) $P = \frac{\binom{44}{5}}{\binom{45}{6}} = \frac{2}{15} \approx 13.33\,\%$. Das Resultat bleibt gleich.