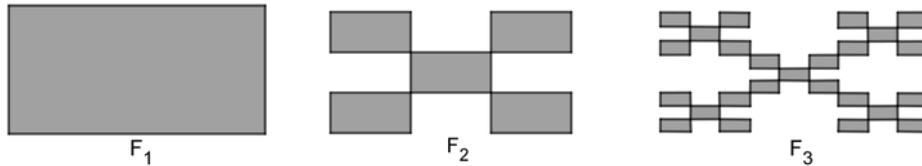


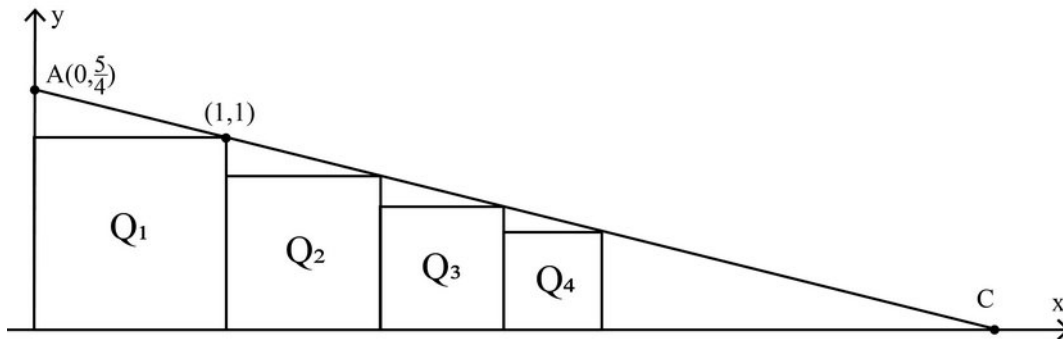
Maturaaufgaben Folgen und Reihen

Ohne Hilfsmittel

1. Gegeben ist ein Rechteck (Figur F_1) mit Länge 2 und Breite 1. Die Rechteckseiten werden in 3 gleiche Teile geteilt und je das Rechteck über der mittleren Teilstrecke entfernt: es entsteht Figur F_2 . Ebenso wird mit jeder Teilstrecke der Figur F_2 verfahren: es entsteht die Figur F_3 usw.



- Berechne die Umfänge U_2 und U_3 der Figuren F_2 und F_3 , und gib die explizite Formel an für den Umfang U_n der Figur F_n .
 - Berechne die Flächeninhalte A_2 und A_3 der Figuren F_2 und F_3 , und gib die explizite Formel an für den Flächeninhalt A_n der Figur F_n .
2. In der Figur unten sind die ersten vier einer unendlichen Folge von Quadraten Q_1, Q_2, Q_3, \dots eingezeichnet.
- An welcher Stelle liegt der Punkt C?
 - Berechne die Summe dieser unendlich vielen Quadratflächen.



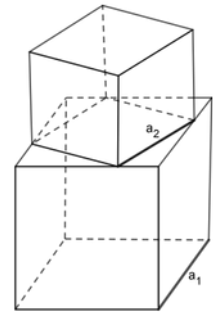
3. a) [2] Ein Stadion hat 30 Sitzplatz-Sektoren. Jeder Sektor hat 20 Sitzreihen, wobei die erste Reihe 18 Sitze, die zweite Reihe 19 Sitze, die dritte Reihe 20 Sitze, etc. besitzt.
- Wie viele Sitzplätze gibt es im Stadion?

4. Es werden abwechselnd regelmässige Vielecke und Kreise gezeichnet: Wir beginnen mit einem gleichseitigen Dreieck, zeichnen dessen Umkreis, anschliessend mit diesem Inkreis ein Quadrat, dann den Umkreis des Quadrats usw. bis wir schliesslich ein regelmässiges 16-Eck mit dem Umkreis des 15-Ecks als Inkreis gezeichnet haben (siehe Abbildung rechts). In wie viele (disjunkte) Gebiete wird das Innere dieses 16-Ecks so zerlegt?



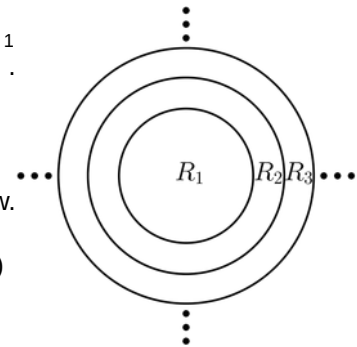
Mit Hilfsmittel

5. Eine unendliche Folge von Würfeln ist aufeinander gestapelt. Die Grundflächenecken eines jeden Würfels liegen auf den Kanten des darunterliegenden Würfels und teilen diese im Verhältnis 2 zu 1 (vgl. Abbildung mit den ersten zwei Würfeln).



- a) Sei a_1 die Kante des ersten Würfels. Bestimm das Volumen des Turms bestehend aus unendlich vielen Würfeln.
- b) Wie viele Würfel sind nötig, um eine Höhe zu erreichen, die sich von der Endhöhe um weniger als 0.01% unterscheidet?

- 6* Die Figur zeigt ausgehend von einem Kreis mit Radius $r_1 = 1.1$ und Inhalt R_1 eine ∞ -liche Folge von **konzentrischen Kreisringen** mit Inhalten R_2, R_3, \dots . Dabei nimmt der Inhalt R_n ($n \in \mathbb{N}$) von Ring zu Ring jeweils um 4 % ab.



- (a) Berechnen Sie die Summe der Inhalte aller Kreisringflächen (inklusive R_1).
- (b) Wie gross ist die Summe $R_1 + R_2 + \dots + R_n$ (ausgedrückt mit n)?
- (c) Bezeichne r_n den Aussenradius der Kreisringfläche R_n . Wie gross ist r_2 bzw. allgemein r_n (ausgedrückt mit n)?
- (d) Ist die Folge r_1, r_2, r_3, \dots eine geometrische Folge? (Kurze Begründung)
- (e) Berechnen Sie ausführlich $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n$ oder begründen Sie, falls gilt: $r_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty$.

7. Celestino schaut beim Autofahren auf seiner Seite zum Fenster hinaus und sieht alle Hausnummern. Alle sind ungerade und keine wird ausgelassen. Die erste ist 53, die letzte ist 171.

- (i) Wie viele Hausnummern hat Celestino gesehen?
- (ii) Bestimme die Summe all dieser Hausnummern (nur die Ungeraden).