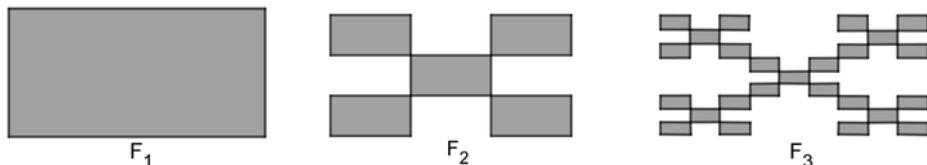


# Maturaaufgaben Folgen und Reihen

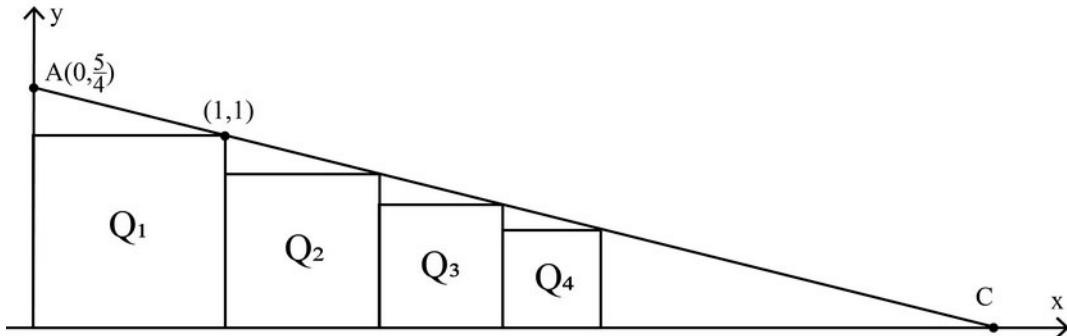
Ohne Hilfsmittel

1. Gegeben ist ein Rechteck (Figur  $F_1$ ) mit Länge 2 und Breite 1. Die Rechteckseiten werden in 3 gleiche Teile geteilt und je das Rechteck über der mittleren Teilstrecke entfernt: es entsteht Figur  $F_2$ . Ebenso wird mit jeder Teilstrecke der Figur  $F_2$  verfahren: es entsteht die Figur  $F_3$  usw.



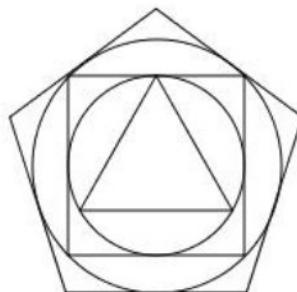
- a) Berechne die Umfänge  $U_2$  und  $U_3$  der Figuren  $F_2$  und  $F_3$ , und gib die explizite Formel an für den Umfang  $U_n$  der Figur  $F_n$ .
- b) Berechne die Flächeninhalte  $A_2$  und  $A_3$  der Figuren  $F_2$  und  $F_3$ , und gib die explizite Formel an für den Flächeninhalt  $A_n$  der Figur  $F_n$ .
2. In der Figur unten sind die ersten vier einer unendlichen Folge von Quadraten  $Q_1, Q_2, Q_3, \dots$  eingezeichnet.

- a) An welcher Stelle liegt der Punkt C?
- b) Berechne die Summe dieser unendlich vielen Quadratflächen.



3. a) [2] Ein Stadion hat 30 Sitzplatz-Sektoren. Jeder Sektor hat 20 Sitzreihen, wobei die erste Reihe 18 Sitze, die zweite Reihe 19 Sitze, die dritte Reihe 20 Sitze, etc. besitzt.  
Wie viele Sitzplätze gibt es im Stadion?

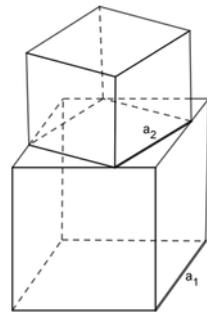
4. Es werden abwechselnd regelmässige Vielecke und Kreise gezeichnet: Wir beginnen mit einem gleichseitigen Dreieck, zeichnen dessen Umkreis, anschliessend mit diesem Inkreis ein Quadrat, dann den Umkreis des Quadrats usw. bis wir schliesslich ein regelmässiges 16-Eck mit dem Umkreis des 15-Ecks als Inkreis gezeichnet haben (siehe Abbildung rechts). In wie viele (disjunkte) Gebiete wird das Innere dieses 16-Ecks so zerlegt?



## Mit Hilfsmittel

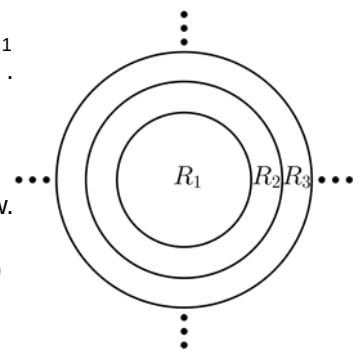
5. Eine unendliche Folge von Würfeln ist aufeinander gestapelt. Die Grundflächenecken eines jeden Würfels liegen auf den Kanten des darunterliegenden Würfels und teilen diese im Verhältnis 2 zu 1 (vgl. Abbildung mit den ersten zwei Würfeln).

- a) Sei  $a_1$  die Kante des ersten Würfels. Bestimm das Volumen des Turms bestehend aus unendlich vielen Würfeln.
- b) Wie viele Würfel sind nötig, um eine Höhe zu erreichen, die sich von der Endhöhe um weniger als 0.01% unterscheidet?



- 6\* Die Figur zeigt ausgehend von einem Kreis mit Radius  $r_1 = 1.1$  und Inhalt  $R_1$  eine  $\infty$ -liche Folge von **konzentrischen Kreisringen** mit Inhalten  $R_2, R_3, \dots$ . Dabei nimmt der Inhalt  $R_n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) von Ring zu Ring jeweils um 4 % ab.

- (a) Berechnen Sie die Summe der Inhalte aller Kreisringflächen (inklusive  $R_1$ ).
- (b) Wie gross ist die Summe  $R_1 + R_2 + \dots + R_n$  (ausgedrückt mit  $n$ )?
- (c) Bezeichne  $r_n$  den Aussenradius der Kreisringfläche  $R_n$ . Wie gross ist  $r_2$  bzw. allgemein  $r_n$  (ausgedrückt mit  $n$ )?
- (d) Ist die Folge  $r_1, r_2, r_3, \dots$  eine geometrische Folge? (Kurze Begründung)
- (e) Berechnen Sie ausführlich  $\lim_{n \rightarrow \infty} r_n$  oder begründen Sie, falls gilt:  $r_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \infty$ .



7. Celestino schaut beim Autofahren auf seiner Seite zum Fenster hinaus und sieht alle Hausnummern. Alle sind ungerade und keine wird ausgelassen. Die erste ist 53, die letzte ist 171.
- (i) Wie viele Hausnummern hat Celestino gesehen?
  - (ii) Bestimme die Summe all dieser Hausnummern (nur die Ungeraden).