Trigonometrie Nr. 1

Definition von
$\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$ und $\tan(\alpha)$
im Einheitskreis.

Trigonometrie Nr. 1

Trigonometrie Nr. 2

Umrechnung von Grad ins Bogenmass und umgekehrt.

Trigonometrie Nr. 2

Trigonometrie Nr. 3

Rechne ins Bogenmass um:

$$45^\circ, \qquad 120^\circ, \qquad -90^\circ$$

Trigonometrie Nr. 3

Trigonometrie Nr. 4

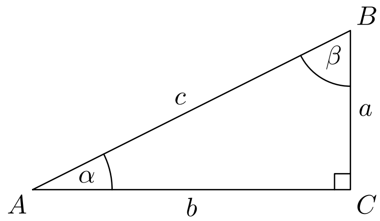
Rechne ins Gradmass um:

$$\pi, \qquad \frac{\pi}{6}, \qquad -\frac{3\pi}{2}$$

Trigonometrie Nr. 4

Trigonometrie Nr. 5

a aus α und c.
b aus α und a.
c aus β und a.



Trigonometrie Nr. 5

Trigonometrie Nr. 6

Exakte Werte von $\sin(30^\circ)$, $\cos(30^\circ)$.
Herleitung im Einheitskreis.

Trigonometrie Nr. 6

Trigonometrie Nr. 7

Exakte Werte von $\sin(45^\circ)$, $\cos(45^\circ)$.
Herleitung im Einheitskreis.

Trigonometrie Nr. 7

Trigonometrie Nr. 8

Definitions- und Wertebereich von $\arcsin(x)$.
Visualisierung im Einheitskreis.

Trigonometrie Nr. 8

Trigonometrie Nr. 9

Definitions- und Wertebereich von $\arccos(x)$.
Visualisierung im Einheitskreis.

Trigonometrie Nr. 9

Trigonometrie Nr. 10

Begründen Sie mit Skizze warum für alle Winkel α gilt:

$$(\cos(\alpha))^2 + (\sin(\alpha))^2 = 1$$

Trigonometrie Nr. 10

$$\text{Bogenmass} = \frac{\text{Grad}}{180} \cdot \pi$$

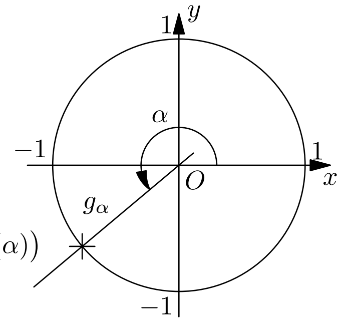
und

$$\text{Grad} = \frac{\text{Bogenmass}}{\pi} \cdot 180°$$

$\tan(\alpha)$ ist Steigung von g_α

$\tan(\alpha) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

$P_\alpha = \big(\cos(\alpha), \sin(\alpha)\big)$

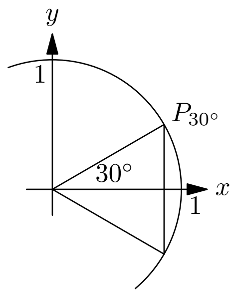


$$180°, \qquad 30°, \qquad -270°$$

$$\frac{\pi}{4}, \qquad \frac{2\pi}{3}, \qquad -\frac{\pi}{2}$$

Im Einheitskreis zum gleichseitigen Dreieck mit Seitelänge 1 (Radius) vervollständigen. Direkt $\sin(30°) = \frac{1}{2}$.
$\cos(30°)$ via Pythagoras:

$$\sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



Aus $\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$ erhält man $a = \sin(\alpha)c$

Aus $\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$ erhält man $b = \frac{a}{\tan(\alpha)} = a \cdot \cot(\alpha)$

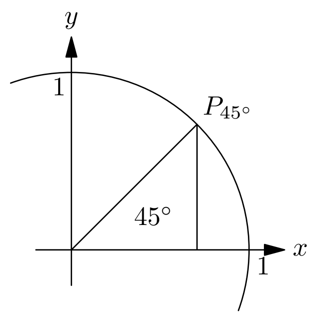
Aus $\cos(\beta) = \frac{a}{c}$ erhält man $c = \frac{a}{\cos\beta}$

Definitionsbereich: $[-1, 1]$. (Argumente, die eingesetzt werden dürfen).
Wertebereich: $[-90°, 90°]$, bzw. $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.
x ist ein Sinuswert also y-Koordinate von Punkt auf Einheitskreis.
$\arcsin(x)$ liefert Winkel auf rechter Kreishälfte:
Punkte mit $x >= 0$.

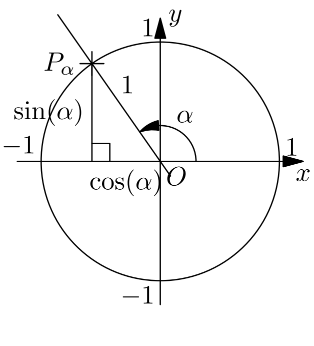
Stützdreieck ist gleichschenklig rechtwinklig. Also: $\sin(45°) = \cos(45°)$.

Pythagoras:
$s^2 + s^2 = 1$.

$\sin(45°) = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$



Stützdreieck ist rechtwinklig mit Kathetenlängen $\cos(\alpha)$ und $\sin(\alpha)$. Die Hypotenuse ist der Radius, also 1. Satz von Pythagoras.



Definitionsbereich: $[-1, 1]$. (Argumente, die eingesetzt werden dürfen).
Wertebereich: $[0°, 180°]$, bzw. $[0, \pi]$.
x ist ein Cosinuswert also x-Koordinate von Punkt auf Einheitskreis.
$\arcsin(x)$ liefert Winkel auf oberer Kreishälfte:
Punkte mit $y >= 0$.

Trigonometrie Nr. 11

Begründen Sie mit Skizze warum für alle Winkel α gilt:

$$\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$$

und

$$\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$$

Trigonometrie Nr. 11

Trigonometrie Nr. 12

Begründen Sie mit Skizze warum für alle Winkel α gilt:

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin(\alpha)$$

und

$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos(\alpha)$$

Trigonometrie Nr. 12

Trigonometrie Nr. 13

Graph von $\sin(x)$ mit x in Grad- und Bogenmass.
Konstruktion mit Hilfe des Einheitskreises.

Trigonometrie Nr. 13

Trigonometrie Nr. 14

Graph von $\cos(x)$ mit x in Grad- und Bogenmass.
Konstruktion mit Hilfe des Einheitskreises.

Trigonometrie Nr. 14

Trigonometrie Nr. 15

Graph von $\arcsin(x)$ mit x im Bogenmass.

Trigonometrie Nr. 15

Trigonometrie Nr. 16

Graph von $\arccos(x)$ mit x im Bogenmass.

Trigonometrie Nr. 16

Trigonometrie Nr. 17

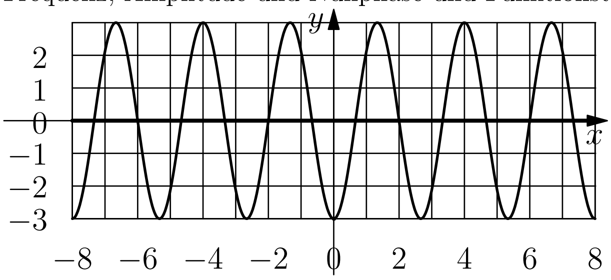
Erkläre die Begriffe einer harmonischen Schwingung:

- Amplitude
- Frequenz
- Periode
- Nullphase

Trigonometrie Nr. 17

Trigonometrie Nr. 18

Frequenz, Amplitude und Nullphase und Funktionsterm?



Trigonometrie Nr. 18

Trigonometrie Nr. 19

Warum ist die Summe zweier Schwingungen mit gleicher Frequenz (aber unterschiedlichen Amplituden und Nullphasen) immer eine Schwingung mit dieser Frequenz?

Trigonometrie Nr. 19

Trigonometrie Nr. 20

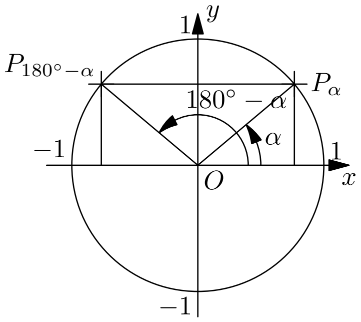
Addiert man zwei Schwingungen mit fast gleicher, aber unterschiedlicher Frequenz, entsteht eine Schwebung.
Erklären Sie den Sachverhalt mit drehenden Vektoren gleicher Länge.
Was nimmt man im Falle von Schallwellen wahr?

Trigonometrie Nr. 20

Die Ersetzung α durch $180° - \alpha$ ist Spiegelung an der y-Achse.

Vorzeichenwechsel bei x, also beim Cosinus. .

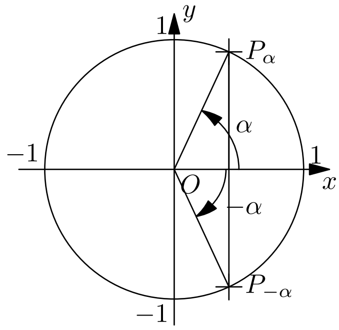
y bleibt, also Sinuswert auch.

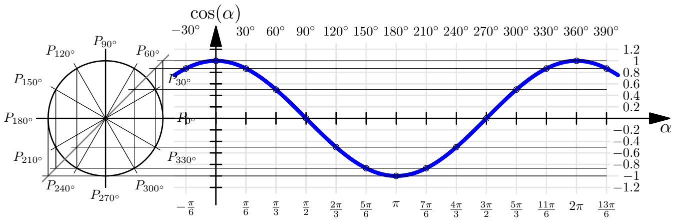


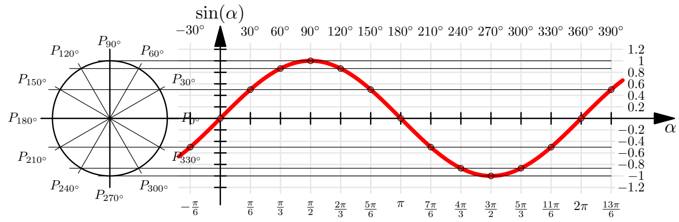
Vorzeichenwechsel Winkel ist Spiegelung an der x-Achse.

Vorzeichenwechsel bei y, also beim Sinus.

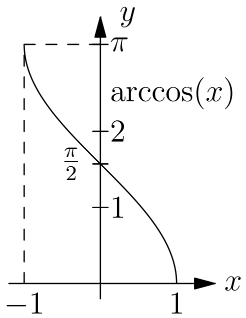
x bleibt, also Cosinuswert auch.



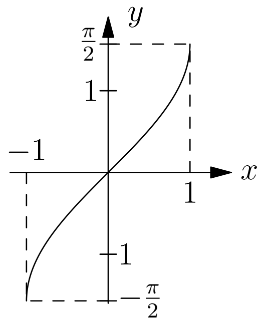




Graph der Umkehrfunktion: Graph an der Winkelhalbierenden spiegeln. Weil x und y die Rollen tauschen.



Graph der Umkehrfunktion: Graph an der Winkelhalbierenden spiegeln. Weil x und y die Rollen tauschen.



Amplitude: $a = 3$

Frequenz: 3 Schwingungen von $x = -2$ bis $x = 6$, also $f = \frac{3}{8}$.

Nulphase: Winkel bei $x = 0$ ist 270°.

$y(x) = 3 \cdot \sin\left(\frac{3}{8} \cdot 2\pi \cdot x + \frac{3\pi}{2}\right)$

Amplitude: Hälfte Maximumalwert - Minimalwert
Frequenz: Anzahl Schwingungen pro Einheit (Zeit, bzw. x)
Periode: Anzahl Einheiten für eine Schwingung (Kehrwert der Frequenz).
Nullphase: Winkel zur Zeit Null (Verschiebung entgegen x-Richtung)

Der eine Vektor dreht sich ein bisschen schneller als der andere.
Zeigen die Vektoren in die gleiche Richtung erhält man einen Summenvektor mit doppelter Länge.
Zeigen die Vektoren in entgegegesetze Richtungen ist die Summme Null.
Der Ton wird immer wieder lauter und leiser. Je kleiner der Frequenzunterschied, desto langsamer die Schwebung.

Schwingung als Projektion einer Kreisbewegung, bzw. eines rotierenden Vektors. Länge des Vektors ist die Amplitude, Winkel des Vektors ist die Phase.
Addition zweier mit gleicher Winkelgeschwindigkeit drehenden Vektoren ergibt einen drehenden dritten Vektor. Dessen Projektion entspricht der Summe der beiden Schwingungen.