Wichtige Eigenschaften der Funktion

$$f(x) = \mathrm{e}^x$$

Definition der Halbwertszeit beim Zerfallsprozess.
Funktion $A(t)$ mit Wert A_0 zur Zeit $t = 0$
und gegebener Halbwertszeit $t_{1/2}$.

Halbwertszeit von

$$N(t) = 7 \cdot \mathrm{e}^{\lambda t}$$

Die Zahl

$$x = \log_b(a)$$

hat die Eigenschaft, dass ...

Wichtigste Eigenschaften
der Logarithmusfunktion $\log_b(x)$ mit $b > 1$.

Für beliebige Logarithmen gilt:

- $\log(a \cdot b) = \dots$
- $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \dots$
- $\log(x^y) = \dots$
- $\log_b(a) = \dots$ (Basiswechsel)

Resultat mit Begründung:

$$\mathrm{e}^{\ln(a)} = \dots$$
$$\ln(\mathrm{e}^a) = \dots$$
$$\log_8(16) = \dots$$

- $a^x \cdot a^y = \dots$
- $\frac{a^x}{a^y} = \dots$
- $(a^x)^y = \dots$
- $\sqrt[n]{a} = a^?$
- $a^x = \mathrm{e}^?$

Umkehrfunktionen mit Definitionsbereich von

- $f(x) = \mathrm{e}^x$
- $g(x) = \log_a(x)$
- $h(x) = x^a$

Lösen Sie nach x auf:

$$5^x = 10$$

und

$$\log_3(x) = 4$$

Zeitspanne, bis bei exponentieller Abnahme nur noch die Hälfte übrig ist.
$A(t) = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{t_{1/2}}}$

- $f(x) > 0$ für alle x
- $f(0) = 1$
- $f(x)$ ist monoton steigend
- $f'(x) = f(x)$

$b^x = a$
Die Logarithmusfunktion liefert jenen **Exponenten**, mit dem die Basis b potenziert werden muss, um das Argument a zu erhalten.

$t_{1/2}$ erfüllt die Gleichung

$$\begin{aligned} e^{\lambda t_{1/2}} &= \frac{1}{2} && \mid \ln(\cdot) \\ \lambda t_{1/2} &= \ln(1) - \ln(2) \\ \lambda t_{1/2} &= -\ln(2) && \mid : \lambda \\ t_{1/2} &= -\frac{\ln(2)}{\lambda} \end{aligned}$$

- $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log(b)$
- $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log(a) - \log(b)$
- $\log(x^y) = y \cdot \log(x)$
- $\log_b(a) = \frac{\ln(a)}{\ln(b)} = \frac{\log_c(a)}{\log_c(b)}$ (Basiswechsel)

Nur für $x > 0$ definiert.

$\log_b(1) = 0$
$\log_b(x) < 0$ für $x < 1$ und
$\log_b(x) > 0$ für $x > 1$.

- $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
- $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $(a^x)^y = a^{x \cdot y}$
- $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$
- $a^x = e^{\ln(a^x)} = e^{x \cdot \ln(a)}$

$e^{\ln(a)} = a$ weil $\ln(a)$ jene Zahl ist, mit der e potenziert werden muss, um a zu erhalten.

$\ln(e^a) = a$ weil der Logarithmus den Exponenten liefert, mit dem e zu potenzieren ist, damit e^a herauskommt.

$\log_8(16) = \frac{\log_2(16)}{\log_2(8)} = \frac{4}{3}$ Basiswechselformel.
Oder: Mit was muss 2^3 potenziert werden, um 2^4 zu erhalten?

$$\begin{aligned} 5^x &= 10 && \mid \log_5(\cdot) \\ x &= \log_5(10) \end{aligned}$$

und

$$\begin{aligned} \log_3(x) &= 4 && \mid 3^{(\cdot)} \\ x &= 3^4 = 81 \end{aligned}$$

- $f^{-1}(x) = \ln(x)$, mit $x > 0$
- $g^{-1}(x) = a^x$, mit $x \in \mathbb{R}$
- $h^{-1}(x) = x^{\frac{1}{a}}$, mit $x > 0$