

Maturaufgaben

Exponentialfunktionen und Logarithmen

1. Zwei Seerosenarten werden in einem See gepflanzt. Sie bedecken am Anfang jeweils die gleiche Fläche. Diese wächst nun exponentiell. Während die Sorte A in 4 Tagen jeweils seine Fläche verdoppelt, benötigt die Sorte B eine Woche. Nach 28 Tagen ist die Hälfte des Sees durch die Sorte A bedeckt.
 - a) Welchen Bruchteil der Seeoberfläche bedeckt B nach 28 Tagen?
 - b) Wann ist die ganze See gemeinsam durch A und B bedeckt (Auf einen halben Tag gerundet)?
2. Eine Salmonellenkultur A wächst bei 20°C nach der Formel $N_A(t) = 300 \cdot 1.25^t$ (t in Stunden, N in mg). Eine zweite Kultur B befindet sich im Kühlschrank Sie vermehrt sich nach der Formel $N_B(t) = 900 \cdot 1.16^t$ (t in Stunden, N in mg).
 - a) Wie lautet jeweils die Verdopplungszeit der beiden Kulturen? [2P]
 - b) Stelle die beiden Graphen im angegebenen Koordinatensystem hier auf diesem Blatt dar. [2P]
 - c) Wann haben die Kulturen jeweils den Stand von 2000 mg erreicht? [2P]
 - d) Wann sind beide Kulturen gleich gross? [2P]
 - e) Welche Wachstumsgeschwindigkeit hat die Kultur B zur Zeit t=0 (in mg/Stunde)? Wann erreicht Kultur A diese Geschwindigkeit? [2P]
3. Die Vermehrung von Bakterien erfolgt unter günstigen Bedingungen exponentiell. Der Bakterienstamm A verdoppelt sich in 3h, der Bakterienstamm B verzehnfacht sich in einem halben Tag.
 - i) Welcher Stamm hat die grösere Wachstumsrate? Begründen Sie ihre Antwort rechnerisch.
 - ii) Um 1.00 Uhr besteht der Stamm A aus 10'000 Bakterien, der Stamm B besteht um 2.00 Uhr aus 13'000 Bakterien. Um welche Zeit werden beide Stämme gleich viele Bakterien zählen?
4. Die Wahrscheinlichkeit einen längeren **Text** fehlerfrei am Computer zu schreiben nimmt mit zunehmender Textlänge exponentiell ab. Bei einem 10-zeiligen Text beträgt sie 90 %, bei einem 30-zeiligen Text nur noch 72.9 %.
 - (a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit bei einem einzeiligen Text mindestens einen Fehler zu tippen?
 - (b) Ab welcher Textlänge sinkt die Wahrscheinlichkeit für einen fehlerfreien Text unter 50 %?
5. Lösen sie folgende Gleichungen ohne Hilfsmittel

$$\log_{10}(x+3) + \log_{10}(x) = 1$$

$$\log_6(\log_2(x)) = 1$$

$$\log_2(x+9) = 4 + \log_2(x-6)$$

$$3^{7-2x} = 243$$

$$\log_4\left(\frac{1}{8}\right) = x$$